The
Marathi Astro-mathematical Series
No 2.

Tables of the Sun, the Moon and the planets
with explanation and theory.

मराठी ज्योतिर्गणितपुस्तकावली

नंबर २.



ग्रहगणित

अथवा

सूर्य, चंद्र आणि ग्रह यांच्या गणिताचीं कोष्टकें,
उदाहरणें व उपपत्तीसह.

लेखक
वेंकटेश बापूजी केतकर,
मुंबई इलाख्याच्या विद्याखात्यांतील पेन्शनर आणि
ज्योतिर्गणित, केतकी आणि वैजयंती
या संस्कृत ज्योतिषग्रंथांचे कर्ते.

शके १८३६ आनंदसंवत्सर, सन १९१४ इसवी.

किंमत दोन रुपये.

8560

Printed by Mr. N. A. **Dravid** at the **Aryabhushan** Press,
Budhwar Peth, Poona city,
and
published by Mr. **Venktesh Bapuji Ketkar,** at
No. 714 Sadashiv peth, Poona city.
Diagrams printed at the Deccan Printing Works,
781 Sadashiv peth, Poona city.

Preface.

When an intelligent student or an amateur happens to read a bock on astronomy which describes the motions, distances, appearances physical conditions etc. of the Sun, the Moon, the Planets and the Comets, or when he comes across an almanac which gives the positions of these heavenly bodies, the times of their meridian passage, their apparent discs etc., the instants of the first and last contacts of the Solar and Lunar Eclipses, he naturally asks to himself how it is possible for men on Earth to predict these celestial phenomena. His curiosity to unravel this mystery is highly excited. But it often happens that, although he may possess natural aptitude for the pursuit of this Grand Science he is forced to give up his object in dispair for want of suitable books. The planetary Tables of Leverrier and the Lunar Tables of Hansen which are written in French, are voluminous and costly. Their total cost exceeds Rs. 100. The prices of theoretical works are also similarly prohibitive. Besides, these books presuppose a scholarly knowledge of the higher Mathematics in the reader.

My object in writing this little book is, in the first place, to enable a beginner to calculate the various articles of an Almanac with a sound knowledge of the theory of the processes involved in them, and secondly to encourage him to carry on undeterred, the study of the most profound problems of the Celestial Mechanics. I, however, leave it to the students and savants themselves to say how far I have been successful in my efforts. Should this book meet with general appreciation I shall feel encouraged to produce, though late, some of the other tracts and books of the Astro-Mathematical Series.

The Author.

Poona, September 1914.

प्रस्तावना.

अप्रत्यक्षाणि शास्त्राणि विवादास्तेषु केवलम् ।
प्रत्यक्षं ज्योतिषं शास्त्रं चंद्रार्कौ यत्र साक्षिणौ ॥

न्यायवेदांतादिशास्त्रें केवळ मानवी तर्कावर उभारलेलीं असल्यामुळें त्यांतील सिद्धांत बहुशः वादग्रस्त असतात, पण ज्योतिःशास्त्राची गोष्ट तशी नाहीं. यांतील सिद्धांतांच्या सत्यतेबद्दल साक्ष देण्यास सूर्यचंद्रादि दिव्य गोल आणि नक्षत्रें नेहमीं तत्पर असतात. म्हणून हें शास्त्र पूर्वोक्त शास्त्रांपेक्षां श्रेष्ठ आहे. कृषि, व्यवहार, उद्योग, व्यापार, आचार, धर्म इत्यादि गोष्टी योग्य कालीं केल्या तरच त्या सफल होतात; व त्या योग्य कालाचा निश्चय करणें ज्योतिःशास्त्राचें काम आहे. म्हणून या शास्त्राची थोरवी व उपयोग इतर शास्त्रांपेक्षां जास्त आहे.

श्रेष्ठत्व व उपयोग.

या शास्त्राच्या अध्ययनापासून मन शुद्ध होतें आणि सारासारविचारशक्तीला चांगलें गत. याचा विषय विश्व हा असल्यामुळें विश्वरूप पाहून अर्जुनाच्या मनावर जो परिणाम झाला तोच परिणाम या शास्त्राच्या अध्ययनापासून वाचकांच्या मनावर होतो. विश्वापुढें आपण किती क्षुल्लक व पामर आहों हें पक्कें कळलें म्हणजे वृथाभिमान, दुराग्रह, दंभ, स्वार्थ, असूया, अविचार इत्यादि मनोविकारांचा जोर उत्तरोत्तर कमी होत जाऊन मन प्रशांत, समदर्शी व सत्यप्रिय होऊं लागतें आणि विश्वनियंत्या परमेश्वराविषयीं भक्ति व प्रेम हीं उत्पन्न होतात.

मनावर परिणाम.

प्राचीनकाळीं ग्रहांच्या कक्षांच्या आकृति आणि त्यांच्या गतींचे नियम यांविषयीं वास्तविक ज्ञान नसल्यामुळें आणि वेधाचीं यंत्रें बरींच ढोबळ असल्यामुळें गणिताची सूक्ष्म प्रतीति पहाण्यास मार्ग नसे. ग्रहणें एक दोन घटिकांच्या अंतरानें जेमतेम प्रत्ययाला आलीं म्हणजे मिळविलें अशी तेव्हां स्थिति होती व हल्लीं देखील आमच्या देशांत अशीच दुःस्थिति आहे. ग्रहलाघवावरून वर्तविलेलीं ग्रहणें चुकतात हा बोभाटा विश्वनाथ दैवज्ञाच्या कालापासूनच आहे. ग्रहस्थितीविषयीं तर बोलण्याला नकोच.

प्राचीन स्थिति.

ज्योतिःशास्त्रासंबंधीं आमची वर्तमान स्थिति फारच काकळूत येण्याजोगी झाली आहे. प्राचीनकाळीं सुधारणा करण्यास मार्गच नव्हता. पण ब्रिटिश राष्ट्रासारख्या सुधारलेल्या राष्ट्राच्या छत्राखालीं आपण शंभर वर्षे असूनही त्यांच्या ज्ञानाचा फायदा न घेणें ही आमची चूक केवळ अक्षम्य आहे. पाश्चात्यांचें ज्योतिष हल्लीं पूर्णदशेस पोचलें आहे. त्यांच्या

वर्तमान अनास्था.

पंचांगांतील ग्रहणांच्या स्पर्शमोक्षकालांत पाव पळापेक्षां जास्त अंतर पडत नाहीं. ग्रहांच्या स्थानांत फार झालें तर ७।८ विकला अंतर पडतें. पण आमच्या ग्रहलाघवी पंचांगाकडे पहा. ग्रहणांच्या स्पर्शमोक्षकालांत १।२ घटिकांचें अंतर बहुशः असावयाचेंच. पंचांगांत ग्रहण दिलेलें असून तें घडूं नये, आणि दिलेलें नसतांही तें घडावें असेही प्रसंग केव्हां केव्हां येतात. यंदांचीं (शक १८३६) ग्रहणें अशा प्रसंगाचीं ताजीं उदाहरणें आहेत. ग्रहस्थानें तर २।४ अंश चुकलेलीं असतात. नांव भरतखंड पण काशीपासून रामेश्वरापर्यंत एक देखील वेधशाळा नसावी यापेक्षां जास्त आश्चर्याची गोष्ट कोणती ? ग्रहणें, अस्तोदय या सहज दृष्टोत्पत्तीस येणाऱ्या गोष्टी चुकलेल्या पाहून तेवढ्या वेळेपुरतें आश्चर्य व हळहळ करावी आणि पुन्हां चुकलेल्या पंचांगाप्रमाणें नित्यक्रम चालूं ठेवावा ही लज्जास्पद गोष्ट हल्लीं आमच्या अगदीं अंगवळणीं पडून गेली आहे. अष्टम्यंत तर १०।१५ घटिकांनीं चुकला असतो.

प्रस्तुत ग्रंथाचा हेतु.

आमच्या देशांत ज्योतिःशास्त्राची उपपत्ति जाणणाऱ्या विद्वानांचा वर्ग उत्पन्न झाल्याशिवाय शुद्ध पंचांग प्रचारांत येण्याचा मुळींच संभव नाहीं, हें जाणून आम्ही हा ग्रंथ मराठी भाषेंत लिहिण्यास प्रवृत्त झालों आहों. याचा मुख्य हेतु आमच्या सुशिक्षित बांधवांना ज्योतिःशास्त्रासंबंधीं गणिताची उपपत्ति कळवावी व तद्द्वारां या शास्त्राची त्यांना गोडी लावावी हा आहे. हल्लीं मराठी भाषा बोलणारांची संख्या व व्याप्ति बरीच मोठी आहे. ठिकठिकाणीं ट्रेनिंग्, इंजनिअरिंग् आणि आर्टस् कालेजें स्थापन झालीं आहेत. त्यांतून दरवर्षी शेंकडो विद्यार्थी शिकून बाहेर पडत आहेत. म्हणून या पुस्तकाला जिज्ञासु व बुद्धिमान् वाचक बरेच मिळतील अशी उमेद आहे.

ग्रंथाची रचना.

या पुस्तकाचे पद्धति आणि उपपत्ति असे दोन भाग केले आहेत. पहिल्या भागांत कोष्टकांवरून गणित करण्याची पद्धति सांगितली आहे. ती सहज ध्यानांत ठेवितां यावी यासाठीं शक्य असेल तेथें समीकरणरूप सूत्रांनीं व्यक्त केली आहे आणि शेवटीं उदाहरणें देऊन स्पष्ट केली आहे. मोठीं उदाहरणें थोडक्या जागेंत व्यवस्थितपणें कशीं मांडावीं तें न्यासांनीं दाखविलें आहे. ग्रहांचीं स्थानें दोन तीन कलांच्या तफावतीनें वेधांशीं जुळलीं तर पुरें असें आम्हीं मानिलें आहे. म्हणून त्यांचे लहान लहान आकर्षणसंस्कार सोडून दिले आहेत. भोग व संस्कार प्राचीन संप्रदायाप्रमाणें राश्यंश कलात्मक न देतां दशांशपद्धतीनें अंशात्मक दिले आहेत. त्यामुळें जागा थोडी लागून गणितश्रमही वांचतात. उपपत्ति शक्य तितकी आकृति देऊन भूमितिपद्धतीनें व्यक्त केली आहे. असें करितांना व्याख्येय वस्तु व्याख्यानापासून स्पष्ट निराळ्या दिसाव्या म्हणून त्या इंग्रजी अक्षरांनीं दाखविल्या आहेत. भुजज्या, कोटिज्या, स्पर्शरेषा या लांब लांब शब्दांपासून त्रास होऊं नये म्हणून पाश्चात्य देशांत रूढ झालेल्या सांकेतिक चिन्हांचा आणि अक्षरांचा उपयोग केला आहे. आणि नवशिक्यांच्या अडचणींकडे

लक्ष देऊन उपपादनांतील पायऱ्यांची संख्या बरीच वाढविली आहे. संस्कृतपारिभाषिक शब्दांचे इंग्रजी पर्यायशब्द जेथल्या तेथें कंसांत दाखविले आहेत त्यापासून फ्रेंच व इंग्लिश भाषेंतील औपपत्तिक उद्ग्रंथ वाचण्यास मदत होईल. प्राचीन शब्दांच्या अभावीं जरूरप्रसंगीं इनांतर, अनुकलन, अभिसरण इत्यादि नूतन शब्द कल्पिले आहेत आणि सिद्धांत व इतर ग्रंथांतून विचारसाम्यदर्शक अवतरणेंही जागोजाग दिलीं आहेत. शेवटीं वाचकांच्या रंजनार्थ आणि प्रोत्साहनार्थ ज्योतिःशास्त्राच्या प्रगतीची व तत्संबंधी प्रसिद्ध पुरुषांची त्रोटक ऐतिहासिक माहिती दिली आहे. मराठी भाषा न जाणणाऱ्या वाचकांना या पुस्तकाचा थोडाबहुत उपयोग करितां यावा म्हणून शेवटीं ग्रहसिद्धि इंग्रजी भाषेंत परिशिष्टरूपानें कथन केली आहे.

वाचकांस दोन शब्द.

कोणताही विषय गुरुमुखाशिवाय केवळ स्वतःच्या प्रयत्नानें शिकणें जितकें कठिण आहे तितकेंच तें फायदेशीरही आहे. आगगाडीच्या प्रवासापेक्षां पायीं केलेला प्रवास तात्विक दृष्ट्या विशेष ज्ञानवर्धक होतो. म्हणून वाचकांनीं धीर सोडूं नये. पहिल्या वाचनाच्या वेळीं राहून गेलेल्या शंकांचें निरसन दुसऱ्या वाचनाच्यावेळीं होईल. पद्धति आणि उपपत्ति हे दोनही भाग पाळींपाळीनें वाचीत गेल्यास परस्परांमधील कार्यकारणसंबंध विशद होत जाईल. हें पुस्तक वाचण्यापूर्वी आमचें **आकाशाचे नकाशे** हें पुस्तक वाचून आकाशांतील कल्पित वृत्तांची, व मुख्य मुख्य ताऱ्यांची ओळख करून घेतली तर हें पुस्तक विशेष मनोरंजक वाटेल. आणि या पुस्तकाप्रमाणें वर्तविलेली ग्रहांची स्थिति आकाशामध्यें प्रत्यक्ष पाहून वाचकांना जो आनंद होईल तोच त्यांच्या श्रमाचें योग्य बक्षिस होय.

या पुस्तकाच्या अध्ययनापासून वाचकांस ज्योतिषविषयक यथार्थ ज्ञान व आनंद अंशतः जरी प्राप्त होईल तरी आमच्या श्रमाचा मोबदला आम्हांस मिळाला असें आम्ही मानूं. या पुस्तकाचा उपयोग कसा होतो, यांत गुण व दोष कोणकोणते आहेत सुधारणा करण्याजोग्या गोष्टी कोणत्या, याविषयीं विद्वान् देशबांधव आपापले अभिप्राय मेहेरबानीनें आम्हांस कळवितील तर त्यांचा सादर स्वीकार व विचार केला जाईल हें वेगळें सांगण्यास नकोच.

हें पुस्तक लोकांच्या आदरास पात्र होईल अशी आम्हांस उमेद आहे आणि त्याप्रमाणें झालें म्हणजे या आरंभिलेल्या ज्योतिर्गणितपुस्तकावलींतील इतर पुस्तकें लिहिण्यास आम्हांस उत्साह वाटेल.

हें पुस्तक छापून प्रसिद्ध करण्याच्या कामीं रा. रा. कृष्णाजी बल्लाळ देवल पेन्शनर, डे. कलेक्टर, रा. रा. गणेश सखाराम खरे पेन्शनर असि. इंजिनीअर; आणि रा. रा. नरहर वेंकटेश कोल्हटकर, बी. एस् सी., शिक्षक ट्रेनिंग कॉलेज, धारवाड, यांनीं केलेल्या मदतीबद्दल आम्ही त्यांचे मनःपूर्वक आभार मानितों.

पुणें. ता. २८ सप्टेंबर १९१४.
शके १८३६ आश्विन शुक्ल १० सोमवार.

ग्रंथकर्ता.

अनुक्रमणिका.

शुद्धिपत्रक.

	ओळ.	अशुद्ध.	शुद्ध.
१६	२३	ज्या चाप	ज्याचाप
१६	३१	स्वल्पांतरत्व	स्वल्पांतरत्वा
१६	३२	तज्ज्ञगुरुता	तज्ज्ञैर्गुरुता
२८	१४	९ न्यास १	न्यास १
२८	२२	+ २३२ १·०	+ २३ २१·०
३१	८	५७·९६	२५७·९६
३१	१६	− ४६ घ. २७ प.	− ४ घ. २७ प.
३३	१५	$\sqrt{\text{मानैक्यखंड}^२ + \text{चंद्रशर}^२}$	$\sqrt{\text{मानैक्यखंड}^२ - \text{चंद्रशर}^२}$
३३	१६	$\sqrt{\text{मानांतरखंड}^२ + \text{चंद्रशर}^२}$	$\sqrt{\text{मानांतरखंड}^२ - \text{चंद्रशर}^२}$
३७	६	$(७८'·१)^२ + (-१६'·६)^२$	$(७८·'१)^२ - (१६'·६)^२$
३७	७	$(२४'·२)^२ + (-१६'·६)^२$	$(२४'·२)^२ - (१६'·६)^२$
३७	२	$\frac{५१}{५३}$	$\frac{५१}{५०}$
३७	१४	३४ घ. ५१ प.	३४ घ. २२ प.
३७	१७	सूर्यापासून	सूर्योदयापासून
८५	२०	− ३०·० + ४·४	− ३०·९ + ३·५
९१	३१	कलाच्या	कालाच्या
१०६	१८	वर्तुळ	वर्तुळें
११५	१०	$a^२e^२ = a^२e^२ \sin^२ u$	$a^२e^२ - a^२e^२ \sin^२ u$
११८	१४, १६, १७	CK	CR
११९	४१	२७७५	२७७·५
१३५	१९	प्रकार	संस्कार
१३८	१२	यरुद्धिंब	ग्रुरुद्धिंब
१३८	१७	२·१६ t	१२·१६ t
१३९	२९	$\angle SEG$	$-\angle SEG$
२	२३	सांप्रदाय	संप्रदाय
११	२३	गाणत	गणित
२१	८	पाताभ	पातोन
२५	८	५८·८२१	२५८·८२१
२९	१	पं ांग	पंचांग
२९	२०	ह्राशि ाय	ह्राशिवाय
१५४	३०	१४ ०	१४००
१५७	३	१४·९	१४४९
३१	१८	÷८००′	÷७७०′३.

जन्म शके १७३६ पैठण, मृत्यु शके १७९२. बेळगांव

अर्पणपत्रिका.

श्री

ज्योतिः शास्त्रसुबोधिनी, भूगोल, खगोल हे संस्कृत ग्रंथ
ज्यांनीं रचिले आहेत असे जे माझे परमपूज्य
वडील **कैलासवासी तीर्थरूप**
रामकृष्ण सखाराम ऊर्फ बापूशास्त्री केतकर
त्यांच्या शतवार्षिक जन्म दिवसाचें
स्मारक समजून पितृप्रेमभरानें
हें पुस्तक
त्यांच्या पूज्य चरणीं अर्पण केलें आहे.

पौष शुद्ध १५ शके १८३६ **पुस्तककर्ता.**



॥ श्री ॥

उपोद्घात.

ज्योतिःशास्त्राची व्याप्ति.

विश्व.

आपण काळोख्या रात्रीं उंच जागीं बसून आकाशाकडे पाहिलें तर काजव्याप्रमाणें चमकणारीं लहानमोठीं हजारों नक्षत्रें आकाशभर पसरलेलीं पाहून आपणास मोठें कौतुक वाटतें व हें विश्वयंत्र कोणीं, कां व कसें केलें असे अनेक प्रश्न मनांत उभे रहातात.

अशा प्रश्नांनीं प्रेरित होऊन मोठमोठ्या विद्वानांनीं हजारों वर्षें सतत श्रम केल्यावर अलीकडे विश्वविस्ताराविषयीं खालीं लिहिलेली माहिती मिळाली आहे.

सूर्य हें एक नक्षत्र आहे. तें जवळ असल्यामुळें आम्हांस मोठें दिसतें; तथापि आम्हांपासून त्याचें अंतर ९ कोटी मैलांपेक्षां कमी नाहीं. सूर्याला अत्यंत जवळचें नक्षत्र सूर्यापासून आमच्या अंतराच्या दोन लक्षपटींपेक्षां कमी अंतरावर नाहीं, म्हणजे तें सूर्यापासून १८००००००००००० अठरा महापद्म मैलांच्या पलीकडे आहे.[1]

दुर्बिणींतून पाहिलें तर अशीं कोट्यवधि नक्षत्रें दृष्टीस पडतात आणि प्रत्येक नक्षत्र इतरांपासून इतकेंच दूर असेल तर हीं असंख्य नक्षत्रें ज्यांत मावलीं आहेत त्या विश्वाचा विस्तार केवढा असला पाहिजे व त्याचा नियंता कोठें व कसा असावा असे विचार मनांत येऊन आम्ही अगदीं भांबावून जातों.

हीं नक्षत्रें एकटीं नाहींत. सूर्याप्रमाणें त्यांच्या भोंवतीं फिरणारे ग्रह व उपग्रह आहेत. पण त्यांच्या जगड्व्याळ अंतरामुळें ते आम्हांस दिसत नाहींत. सध्यां हीं कोट्यवधि नक्षत्रें व त्यांच्या ग्रहमाला यांविषयीं आम्हांस कांहीं कर्तव्य नाहीं. आम्हांस फक्त आमच्या जवळचें नक्षत्र जो सूर्य त्याच्या परिस्थितीचा विचार करावयाचा आहे. या कामीं पूर्वोक्त नक्षत्रांचा आकाशावर फक्त अचल खुणांसारखा उपयोग होतो.

---

१. ही संख्या रामायणांतील वानरसंख्येएवढी आहे.

ग्रहमाला.

(आकृति १पहा). येथें बुधादि ८ मोठे ग्रह साधारणतः एकाच पातळींत पण निरनिराळ्या अंतरावर गोफणींतील धोंड्याप्रमाणें सूर्याभोंवतीं सतत फिरत आहेत. याशिवाय कांहीं धूमकेतु अत्यंत लांबट मार्गानें त्याच्याभोंवतीं फिरत आहेत. त्यांपैकीं **हाले**चा धूमकेतु नुकताच तीन वर्षांपूर्वीं (ता. १९ मे १९१०) आपलें भव्य व भयंकर स्वरूप प्रकट करून अगदीं आमच्या पृथ्वीला लागून गेला. त्या वेळीं त्याचें शेंपूट आकाशामध्यें १०० अंशांपेक्षांही जास्त लांब होतें. त्याची कक्षा शुक्रापासून इंद्र (नेपच्यून) कक्षेच्याही पलीकडे गेली आहे. आपले मांडलिक ग्रह आपापलीं राज्यें कशीं चालवीत आहेत तें प्रत्यक्ष पाहून येऊन हकीकत निवेदन करण्यासाठींच कीं काय सूर्यानें ग्रहमालेंत त्याची नेमणूक केली आहे असें भासतें. म्हणून सर्वग्रहांस समोरून गांठण्यासाठींच तो मुद्दाम उलट दिशेनें आपली फिरती करितो.

ग्रहगणिताचा हेतु.

पृथ्वी व इतर ग्रह सूर्याभोंवतीं फिरत आहेत व आपण पृथ्वीवर बसून सूर्याभोंवतीं फिरत आहों अशा स्थितींत आम्हीं सूर्य, चंद्र व ग्रह यांजकडे इच्छिल्या वेळीं पाहिलें तर ते आकाशांत कोणत्या नक्षत्रापासून किती अंतरावर दिसतील तें पूर्वींच गणित करून सांगणें, हा या ग्रहगणिताचा मुख्य हेतु आहे.

ग्रहगणित.

स्वभावतः ग्रहगणिताचे दोन विभाग होतात. १ ला कालगणित आणि दुसरा स्थान (अवकाश) गणित. या प्रत्येकांत स्थिति आणि गति असे आणखी दोन दोन पोट विभाग होतात.

कालस्थिति.

प्राचीन सांप्रदायास अनुसरून श्रीक्षेत्र **उज्जयिनी**वरून जाणाऱ्या याम्योत्तररेषेच्यासबंधानें पुढील गणित रचिलें आहे. शके १८०० बहुधान्य संवत्सरीं मिति चैत्र शुक्ल १ प्रतिपदा बुधवारीं **उज्जयिनी**च्या मध्यम सूर्योदयीं या ग्रहगणिताचा प्रारंभ (Epoch) मानिला आहे. या वेळीं चक्र० व अहर्गण० अशी कालस्थिति होती.

या वेळीं इ० स० १८७८ च्या एप्रिल महिन्याची ३ री तारीख होती. व **ज्यूलियन** युगाचा गत अहर्गण २४०७०७८ होता.[१]

---

(१) या युगाचा आरंभ इ० स० पूर्वी ४७१३ वर्षी जानेवारीच्या १ तारखेस कल्पिला आहे. यांत ७९८० वर्षें आहेत. ही वर्षसंख्या २८, १९, १५ यांच्या गुणाकाराएवढी आहे. प्राचीन ऐतिहासिक कालाच्या व्यवस्थेसाठीं **जोसेफ स्कालीजर** यानें हें युग शोधून काढिलें.

कालगति.

(चक्रें आणि अहर्गण).

रीतिः—इच्छिलेल्या शालिवाहन शकाच्या वर्षांतून १८०० ही संख्या वजा करून बाकी राहिलेल्या वर्षांस **वर्षगण** म्हणावें आणि वर्षगणास १९ नीं भागून आलेल्या भागाकारास **चक्र** व बाकीला **अवशिष्ट** वर्षें म्हणावें.

अवशिष्ट वर्षांस १२ नीं गणून गुणाकारांत चैत्रादि गतमास मिळवून येतील ते **सौरमास** होतील.

सौरमाससंख्या दोन जागीं मांडावी. पहिल्या जागीं मांडलेल्या सौरमास-संख्येंत १० मिळवून आलेल्या बेरजेला ३३ नीं भागावें. आलेला पूर्ण भागाकार **अधिकमास** होतात. हे अधिकमास दुसरीकडे मांडलेल्या सौरमासांत मिळवून येतील ते **चांद्रमास** होतात.

चांद्रमासांस ३० नीं गुणून त्या गुणाकारांत चालू महिन्याच्या शुक्ल प्रति-पदेपासून गततिथि मिळवाव्या आणि बेरजेंतून वर्षगणास ६० नीं भागून येणाऱ्या पूर्ण तिथि वजा कराव्या म्हणजे बाकीइतका **तिथिगण** होतो.

तिथिगणास ६४ नीं भागून येणारा पूर्ण भागाकार तिथिगणांतून वजा करून बाकी राहील ती संख्या **अहर्गण** होईल.

अहर्गण परीक्षाः—याप्रमाणें आलेल्या अहर्गणांत ४ आणि चक्राची तिप्पट मिळवून बेरजेला ७ नीं भागावें. बाकी शून्य राहिल्यास शनिवार, एक राहिल्यास रविवार, दोन राहिल्यास सोमवार, तीन राहिल्यास मंगळवार असें मोजून, आलेल्या बाकीवरून वार आणावा. हा वार दिलेल्या दिवसाच्या वाराशीं जमेल तर आलेला अहर्गण बरोबर आहे असें जाणावें. वार न जमेल तर तो जमण्यासाठीं अहर्गणांत १ मिळवावा किंवा वजा करावा म्हणजे खरा अहर्गण येईल.

टीपः—अहर्गण गणितांत वाराचें प्राधान्य असल्यामुळें वार न देतां नुसती तिथि दिली असेल तर अहर्गण संदिग्ध असतो. इष्ट दिवसाची ग्रहस्थिति दिली असेल तर संदिग्ध अहर्गणावरून ग्रहस्थिति आणिल्यावर ती दिलेल्या ग्रहस्थितीशीं जमेल तरच त्याची संदिग्धता नाहींशी होते. म्हणून वाराशिवाय केवळ तिथीवरून काढलेला अहर्गण पंगु असतो.

उदाहरणः—शके १८२८ पौष कृष्ण २ या बुधवारीं प्रातःकालीं अहर्गण किती होता तें सांग.

इष्ट शकवर्ष			१८२८
उणा क्षेपक		−	१८००
वर्षगण			२८
२८ ÷ १९ = भागाकार १ गतचक्र; बाकी			९
		×	१२
सौरमास; चक्रारंभापासून इष्टवर्षारंभापर्यंत			१०८
सौरमास; वर्षारंभापासून इष्टमासारंभापर्यंत		+	९
एकंदर सौरमास	११७		११७
क्षेपक मास...	१०		
अधिकमास	३३) १२७ (३		३
चांद्रमास			१२०
		×	३०
गततिथि; इष्टमासारंभापर्यंत			३६००
गततिथि; इष्टतिथि कृष्ण २ येपर्यंत		+	१६
चक्रारंभापासून इष्टतिथीपर्यंत गततिथि			३६१६
वर्षगण २८ ÷ ६० =		−	०
३६१६ ÷ ६४ = क्षयतिथि		−	५६
अहर्गण.			३५६०

अहर्गणपरीक्षाः—चक्र १ याची तिप्पट ३ यांत ४ मिळवून आलेली ७ ही संख्या अहर्गणांत मिळवून ३५६७ या बेरजेला ७ नीं भागून बाकी ४ रहातात. रविवार १ धरून मोजलें तर ४ था वार **बुधवार** येतो. हा उदाहरणांत दिलेल्या वाराशीं जमतो म्हणून ३५६० हा अहर्गण बरोबर आहे.

इंग्रजी नव्या पद्धतीच्या तारखेवरून अहर्गणानयन.

रीतिः—इच्छिलेल्या इ० स० वर्षांतून १८७८ वजा करून बाकी राहणाऱ्या वर्षांस **वर्षगण** म्हणावें. वर्षगणास ३६५ नीं गुणून गुणाकारांत वर्षारंभापासून इष्ट तारखेपर्यंत (लीपवर्ष असेल तर फेब्रुवारीचे २९ दिवस धरून) गेलेल्या तारखा मिळवून आलेल्या बेरजेंतून ९२ वजा करावे म्हणजे सुमाराचा **अखंडाहर्गण** होतो. त्याला पुढील ३ संस्कार करावे.

वर्षगणांत १ मिळवून बेरजेस ४ नीं भागून येणारा पूर्ण भागाकार पहिला संस्कार होतो. हा सर्वदां धन असतो

वर्षगणांत ७७ मिळवून बेरजेस १०० नीं भागून येणारा पूर्ण भागाकार दुसरा संस्कार होतो. हा सर्वदा ऋण समजावा.

वर्षगणांत २७७ मिळवून बेरिजेस ४०० नीं भागून येणारा पूर्ण भागाकार तिसरा संस्कार होतो. हा सर्वदा धन असतो.

नंतर हे तीनही संस्कार अखंडाहर्गणास करून येईल त्याला ६९४० नीं भागावें. जो पूर्ण भागाकार येईल तीं **गतचक्रें** व जी बाकी राहील तो **अहर्गण** असें जाणावें.

टीपः—या रीतींत अधिकमास व क्षयतिथि यांची भानगड नसते म्हणून वार दिला नसला तरी काम चालतें.

उदाहरणः—इ० स० १९०७ च्या जानेवारीच्या २ न्या तारिखेस प्रातःकालीन गत अहर्गण किती होता तें सांग.

१९०७
−१८७८

		दिवस
२९ वर्षगण × ३६५ = ...		१०५८५
वर्षारंभापासून गतदिवस	+	१
क्षेपक	−	१२
(२९ + १) ÷ ४ = पूर्ण भागाकार . . .	+	७
(२९ + ७७) ÷ १०० = ,, . . .	−	१
(२९ + २७७) ÷ ४०० = ,, . . .	+	०
		१०५८०

१०५८० ÷ ६९४० = १ चक्र, बाकी अहर्गण . . . ३५६०

उदाहरण २ रें:—इ० स. २००४ माहे जून तारीख ७ वी सोमवारीं रविशुक्राची भेदयुति होईल. म्हणजे शुक्र सूर्याच्या बिंबावर एका काळ्या ठिपक्याप्रमाणें दिसेल. त्या चमत्काराचें गणित करण्याचें आहे. तर त्या दिवशीं गतचक्रें व अहर्गण हीं किती असतील तें काढ.

२००४
−१८७८

		दिवस
१२६ वर्षगण × ३६५ = ...		४५९९०
वर्षारंभापासून गत दिवस (चालू वर्ष लिप आहे म्हणून)	+	१५८
क्षेपक	−	१२

(१२६ + १) ÷ ४ = पूर्ण भागाकार	.	. +	३१
(१२६ + ७७) ÷ १०० = ,,	.	. −	२
(१२६ + २७७) ÷ ४०० = ,,	.	. +	१
			४६०८६
४६०८६ ÷ ६९४० = चक्रें ६ बाकी अहर्गण	.	.	४४४६

प्रागहर्गणगणित.

इष्ट दिवस शके १८०० च्या पूर्वी असेल तर अहर्गण आगण्याच्या रीतींत थोडा फेरफार करावा लागतो तो असा. शके १८०० यांतून इष्ट शकवर्ष वजा करून बाकीला वर्षगण म्हणावें.

चैत्रादिगतमास व गततिथि मिळविण्याऐवजीं वजा कराव्या.

अधिकमासासाठीं मिळविण्याचा क्षेपक १० ऐवजीं १८ घ्यावा.

मागील अहर्गणाची परीक्षाः—अहर्गणांत ३ आणि चक्राची तिप्पट मिळवून बेरजेस ७ नीं भागून आलेली बाकी ७ तून वजा करून बाकी एक राहील तर रविवार, दोन राहतील तर सोमवार असें समजावें.

उदाहरणः—शके १४४२ चैत्र शुक्ल १ पदा सोमवारीं प्रातःकालीं गत अहर्गण किती तें सांग. हा ग्रहलाघवीय गणिताचा प्रारंभकाल आहे.

क्षेपक			१८००
इष्टवर्ष			− १४४२
वर्षगण			३५८
३५८ ÷ १९ = भागाकार गतचक्रें १८, शेष वर्ष			१६
		×	१२
सौरमास, चक्रारंभापासून			१९२
गतमास वजा			०
एकूण सौरमास	१९२		१९२
क्षेपक	१८		
अधिकमास	३३) २१० (६		६
चांद्रमास			१९८
		×	३०
गततिथि; इष्टमासारंभापर्यंत			५९४०

गततिथि; इष्ट मासाच्या वजा	०
वर्षगण ३५८ ÷ ६० = ६ वजा . . . . . −	६
	५९३४
५९३४ ÷ ६४ = ९२ क्षयतिथि . . . . . −	९२
प्रागहर्गण	५८४२

अहर्गण ५८४२ + ३ + ५४ = ५८९९ ÷ ७ = बाकी राहिले ५ हे ७ यांतून वजा करून बाकी राहिले २ म्हणून इष्ट दिवशीं सोमवार आहे.

अधिकमास.

या पुस्तकाच्या शेवटीं परिशिष्ट १ आहे. त्यांत शके १८००–२२०० पर्यंत येणारे अधिकमास, क्षयमास व त्यांचीं वर्षें हीं दिलीं आहेत. या अवधींत इष्ट वर्ष असेल तर त्या वर्षी अधिकमास आहे किंवा नाहीं तें कोष्टक पाहिल्यानें समजतें. हे अधिकमास सूर्यचंद्रांच्या स्पष्ट स्थितीवरून ठरविले आहेत. मध्यममानानें दर ३३ महिन्यांनीं एक अधिकमास पडतो. पण स्पष्टमानानें एक अधिकमास पडण्यास कधीं ३५ तर कधीं २८ च महिने लागतात. असें सदर कोष्टकावरून दिसून येईल. म्हणून मध्यम मानानें ज्या महिन्यांत अधिक पडावा त्या महिन्याच्या पुढें किंवा मागें कधीं कधीं २।४ महिन्यांनीं स्पष्ट अधिकमास पडतो. म्हणून सौरमासांस ३३ नीं भागून अधिकमास आणतेवेळीं बाकी ११२ इत्यादि राहतील तर मध्यममानाचा अधिकमास उत्पन्न झाला असतो. पण कोष्टकांतलि अधिकमास पुढें पडणारा असेल तर तो पडेपर्यंत अधिकमाससंख्येंत एक कमी करून येतलि ते अधिकमास मानावे. तसेंच बाकी, २८, २९ इत्यादि येईल तर मध्यममानाचा अधिकमास होण्यास ४।५ महिने कमी असतात. पण अशा प्रसंगीं कोष्टकांतलि अधिक महिना पूर्वींच पडला असेल तर भागून येणाऱ्या अधिकमाससंख्येंत १ अधिक करून येतलि ते अधिकमास समजावे. सारांश अधिकमास आणण्याचे कामीं गणकांनीं आपल्या तारतम्य ज्ञानाचा उपयोग केला पाहिजे. म्हणून **भास्कराचार्य** म्हणतातः—

स्पष्टोऽधिमासः पतितोऽप्यलब्धो
यदा यदावाऽपतितोऽपि लब्धः ।
सैकैर्निरेकैः क्रमशोऽधिमासै-
स्तदा दिनौघः सुधिया प्रसाध्यः ॥

उदाहरणः—शके १८२३ च्या आश्विन शु॥ १० चा अहर्गण आणण्याचा आहे. येथें वर्षगण २३ यास १९ नीं भागून बाकी शेष वर्षे ४ रहातात यांचे सौरमास ४८ चैत्रादि गतमास ६ आणि क्षेपक १० मिळून एकूण सौरमास ६४

होतात. यांस ३३ नीं भागून भागाकार १ हा मध्यम मानाचा अधिकमास झाला. येथें बाकी ३१ रहात म्हणून आणखी दोन महिन्यांनीं मध्यममानाचा दुसरा अधिकमास उत्पन्न होणार. पण परिशिष्ट १ पाहिलें तर त्यांत आश्विनापूर्वीच श्रावणमास अधिक पडला आहे. म्हणून मध्यममानाच्या अधिकमास-संख्येंत १ मिळवून २ अधिकमास मानावे. म्हणून ४८ + २ = ५० हे चांद्रमास झाले.

टीपः—या पुस्तकांत अधिकमास आणण्यासाठीं क्षेपक १० सौरमास धरिले असल्यामुळें ३३ नीं भागून येणाऱ्या अधिक मासांत १ कमी करण्याचा प्रसंग कधींही येत नाहीं. आमचें आरंभ वर्ष १८१० वें असतें तर क्षेपक शून्य होऊन सैकनिरेक या दोनही कृतींना अवकाश मिळाला असता.

ग्रहस्थानगणित.

द्रष्ट्याच्या स्थानांतरानुसार दृश्य पदार्थांच्या दिशा पालटतात ही गोष्ट सर्वांस माहीत आहेच. गणिताच्या सोईसाठीं द्रष्टा निरनिराळ्या स्थानीं आहे असें कल्पावें लागतें. म्हणून तत्तत्स्थानुसार स्थानगणिताचे तीन विभाग होतात.

१. मध्यमगणित (मध्यमाधिकार)
२. रविमध्यगणित (मंदस्पष्टाधिकार)
३. भूमध्यगणित (स्पष्टाधिकार)

मध्यमगणित.

ग्रहांचे मध्यम भोगः—

१. ल्या कोष्टकाच्या शिरोभागीं बुधादि आठही ग्रहांचे क्षेपक (स्थिति) दिले आहेत. ते प्रथम आडव्या ओळींत मांडून त्यांच्या खालीं इष्ट दिवसांपर्यंत गेलेल्या चक्रांची व अहर्गणांची **मध्यमगति** मांडून बेरीज केली तर इष्ट दिवशीं **उज्जयिनी**च्या मध्यमप्रातः कालचे म्हणजे मध्यमसूर्योदयकालीन मध्यम-स्थानें किंवा भोग येतात.

पण उज्जयिनी रेषेच्या बाहेर असणाऱ्या गांवीं मध्यमसूर्योदयानंतर अमुक वेळचे मध्यम भोग आणणें असेल तेव्हां पश्चिमरेखांतराचीं पळें धन व पूर्व-रेखांतरांचीं पळें ऋण समजून त्यांचा इष्टकालास संस्कार करावा म्हणजे इष्ट वेळीं उज्जयिनीची मध्यम वेळा येते.

मग या उज्जयिनीच्या मध्यमकालास दिवसाचें दशांशरूप देऊन त्यानें १ ल्या कोष्टकांतलि त्या त्या ग्रहाच्या एक दिवसाच्या अंशात्मकगतीला गुणून गुणाकार उज्जयिनीच्या मध्यमसूर्योदयकालीन स्थानांत मिळविला म्हणजे इष्ट गांवीं इष्ट मध्यमकालीन भोग येतात.

पण गुरु व शनि हे बलाढ्य ग्रह परस्परांस ओढून परस्परांच्या मध्यम भोगांत बरेंच अंतर उत्पन्न करितात. यासाठीं इष्ट शकवर्ष उपकरण घेऊन २ऱ्या कोष्टकांतून त्यांचे मोठे आकर्षणसंस्कार काढावे. इष्ट शकवर्ष कोष्टकांत नसेल तर त्या वर्षांत ९२० वर्षांची कांहीं पट मिळवून किंवा वजा करून कोष्टकांतील वर्ष आणून त्याच्यावरून संस्कार काढावा.

मध्यमगुरूंतून[1] मध्यम शनि वजा करून येणाऱ्या उपकरणानें ३ऱ्या कोष्टकांतून गुरूचा लहान संस्कार आणून तो गुरूच्या मोठ्या संस्काराखालीं मांडावा.

पुन्हां मध्यमगुरूंतून मध्यम शनीची दुप्पट वजा करून येणाऱ्या उपकरणानें ४ थ्या कोष्टकांतून शनीचा लहान संस्कार आणून तो शनीच्या मोठ्या संस्काराखालीं मांडावा.

हे मोठे व लहान संस्कार गुरु व शनि यांस दिले म्हणजे त्यांचे आकर्षणसंस्कृत मध्यम योग येतात. आकर्षणसंस्कृत भोगासच पुढें सोईसाठीं मध्यम भोग म्हटलें आहे.

पंचांगासाठीं ग्रह तयार करण्याचें असेल तेव्हां हें सर्व मध्यम गणित वर्षाच्या पहिल्या पंधरवड्याचें एकदां तयार केलें म्हणजे काम होतें. पुढील पंधरवड्याचे दिवस १३ पासून १६ पर्यंत असतील तितक्या दिवसांची मध्यमगति १ल्या कोष्टकांत शेवटीं दिली आहे ती क्रमानें मिळवीत गेल्यानें पुढील पंधरवड्याचीं मध्यम मानें तयार होतात.

ग्रहांचीं नीचें व पात यांचे भोगः--

५ व्या व ६ व्या कोष्टकांत ग्रहांचीं नीचें व पात यांचे क्षेपक व चक्रगति हीं दिलीं आहेत. त्यांवरून वर सांगितलेल्या रीतीनें इष्ट चक्राच्या आरंभींचीं मानें आणावीं. नीचें व पात यांच्या गति अत्यंत मंद आहेत. म्हणून त्यांच्या अहर्गणगति दिल्या नाहींत. पाहिजे असल्यास ६९४० दिवसांत जर एकचक्राची गति उत्पन्न होते तर इष्ट अहर्गणांत किती या त्रैराशिकानें त्या आणाव्या.

सूर्यास पात नाहीं म्हणून त्याच्या पाताच्या सदरांत क्रांतिपाताचा भोग म्हणजे अयनांश दिले आहेत. अयनगति एका चक्राच्या अवधींत ०°·२६५ असल्यामुळें तिची उपेक्षा करितां येत नाहीं. म्हणून वर सांगितल्याप्रमाणें त्रैराशिकानें आणून ती चक्रगतिप्रमाणें आपल्या क्षेपकांत मिळवावी.

मध्यमभोग आणण्याची रीति वर सविस्तर सांगितली आहे. ती थोडक्यांत ध्यानांत यावी म्हणून पुढील समीकरणें दिलीं आहेत.

---

१. गुरूंतून म्हणजे गुरूच्या भोगांतून असें जाणावें. यापुढें ग्रहशब्द ग्रहभोग या अर्थी लाघवासाठीं योजिला आहे. कोठें कोठें याच अर्थी ग्रहांचीं आद्याक्षरेंही योजिलीं आहेत.

मध्यमस्थानगणितसूत्रें.

मध्यम ग्रहभोग =	क्षेपक	कोष्टक १ लें.
	+ चक्रगति	सदर.
	+ अहर्गणगति	सदर.
	+ रेखांतरसंस्कृतदिनांशगति	त्रैराशिकानें.
	+ मोठा संस्कार	कोष्टक २ रें.
	+ लहान संस्कार	को. ३ रें व ४ थें.
नीचभोग =	क्षेपक	कोष्टक ५ वें.
	+ चक्रगति	सदर.
	+ अहर्गणगति (इष्ट असेल तर)	त्रैराशिकानें.
पातभोग =	क्षेपक	कोष्टक ६ वें.
	– चक्रगति	सदर.
	– अहर्गणगति (इष्ट असेल तर)	त्रैराशिकानें.
अयनांश[1] =	क्षेपक	कोष्टक ६ वें.
	+ चक्रगति	सदर.
	+ अहर्गणगति	त्रैराशिकानें.

उदाहरणः—शके १८२८ पौष कृष्ण २ या बुधवारीं म्हणजे स. इ. १९०७ जानेवारी तारीख २ री या दिवशीं **पारीस** शहरच्या मध्यम दोन प्रहरीं **सूर्यादि** आठ ग्रह आकाशांत कोठें दिसतील तें सांग. पारीसचें रेखांतर पश्चिमेस ७३४ पळें आहे (परिशिष्ट २ पहा). इष्ट दिवशीं चक्र १ व अहर्गण ३५६० आहे.

आठ ग्रहांपैकीं उदाहरणार्थ येथें फक्त गुरूच्या गणिताचा प्रकार सविस्तर सांगितला आहे.

(न्यास १ ला पहा). पहिल्या कोष्टकाच्या शिरोभागीं गुरूच्या मध्यम भोगाचा क्षेपक २७५°.६७ आहे तो लिहून त्याच्याखालीं एका चक्राची गति २१६°.६५ लिहून अहर्गणाच्या तीन ३००० + ५०० + ६० खंडावरून येणाऱ्या गति त्यांच्याखालीं मांडल्या आहेत.

पारीसच्या स्थानिक मध्यमकाळाचे दोन प्रहर म्हणजे १५ घटिका यांत रेखांतर १२ घ. १४ प. पश्चिम आहे म्हणून धन समजून मिळवून आलेली बेरीज २७ घ. १४ प. ही उज्जयिनीच्या मध्यम सूर्योदयापासून वेळ झाली. हिला ६० घटिकांनीं भागून दिवसाचें दशांशरूप ०.४५४ आलें. यानें १ ल्या कोष्टकांतील गुरूच्या एका दिवसाच्या गतीला ०°.०८ गुणून गुणाकार

(१) न्युटेशन नांवाचा १७ विकला संस्कार अयनांशांस देण्याचा असतो. पण आम्हांस इतकी सूक्ष्मता नको आहे, म्हणून तो येथें सांगितला नाहीं.

आला ०°·०३६३२. आम्हांस अंशाच्या शतांशापेक्षां जास्त सूक्ष्मतेची आवश्यकता नाहीं असें मानिलें आहे. म्हणून किंचित् न्यून पूर्ण करून आलेली गति ०°·०४ अहर्गणोत्पन्न गतीच्या खालीं लिहून वरील सर्व रकमांची बेरीज करितां ती ६८°·१७ येते. हा इष्टकालीं गुरूचा मध्यम भोग झाला. आतां गुरूवरील शनीचे आकर्षणाचे संस्कार काढिले पाहिजेत.

इष्टशकवर्ष १८२८ यावरून २ ऱ्या कोष्टकांत गुरूचा मोठा आकर्षण संस्कार + ०°·२१ येतो.

तसेंच ३ ऱ्या कोष्टकाचें उपकरण (गु-श) हें आहे. म्हणून मध्यम गुरु ६८°·१७ उणा शनि ३२९°·७० बरोबर ९८°·४७ या उपकरणानें ३ ऱ्या कोष्टकांतून गुरूचा लहान संस्कार − ०°·०५ आला. हे दोनही संस्कार गुरूच्या मध्यम भोगास ६८°·१७ दिल्यानें त्याचा आकर्षणसंस्कृत मध्यम भोग ६८°·३३ झाला.

नीचें व पात यांच्या गणिताचा प्रकार वर दर्शविल्याप्रमाणें च आहे. म्हणून विवरणाची जरूरी नाहीं न्यास पाहून तो सहज लक्षांत येईल.

बुधादि सप्तग्रहांचे पात व शुक्रनीच यांची गति विलोम असते हें ध्यानांत ठेवावें. अहर्गण ३५६० ÷ ६९४० = ·५ सुमारें येतात म्हणून प्रकृत न्यासांत जागा वांचविण्यासाठीं दीड चक्राची गति एकदम नीचांस दिली आहे.

वर जीं ग्रहांचीं मध्यमस्थानें आणिलीं आहेत तीं साधारणतः त्या त्या ग्रहाच्या कक्षेच्या उच्चाजवळच्या नाभींत (फोकसांत) उभा राहून ग्रहांकडे पहाणाऱ्यास ते ग्रह आकाशांत जेथें दिसतात तेथील आहेत[१] उच्चासन्न नाभि केवळ पोकळी आहे. म्हणून त्याला पोकळ नाभि म्हणतात; (Empty Focus) पण सर्व ग्रहांच्या नीचासन्न नाभींत सूर्य असतो म्हणून सूर्याच्या मध्यबिंदुस्थानीं उभें राहून पाहिलें तर ग्रह कोठें दिसतील त्यांचें गणित निराळें केलें पाहिजे. या गणितास **रविमध्य गणित** म्हणतात.

रविमध्य गणित.

मध्यम ग्रहांतून त्याचें नीच वजा करून बाकी राहील त्यास **मंदकेंद्र** म्हणतात. मंदकेंद्र उपकरणानें ७ व्या कोष्टकांतून **मंदफल** नांवाचा संस्कार काढून तो मध्यम ग्रहास द्यावा म्हणजे त्याचें **कक्षावृत्तीय** रविमध्यस्थान येतें. अथवा समीकरणानें थोडक्यांत सांगण्याचें तर,

मध्यमग्रह + मंदफल = कक्षावृत्तीय रविमध्यग्रह.

---

१ ही गोष्ट पुढें सोपपत्तिक सिद्ध केली आहे.

पण प्रत्येक ग्रहाच्या कक्षेची पातळी निराळी असते, म्हणून कांहीं एका नियमित कक्षेच्या पातळीच्यासंबंधानें सर्वग्रहांचीं स्थानें सांगणें बरें असें ज्योतिःशास्त्रवेत्त्यांस दिसून आल्यामुळें त्यांनीं अशा कामासाठीं क्रांतिवृत्ताची योजना केली आहे. कक्षावृत्तीय स्थानावरून क्रांतिवृत्तीयस्थान आणण्यासाठीं जो संस्कार करावा लागतो त्याला **परिणति** संस्कार म्हणतात.

परिणति संस्कारः—कक्षावृत्तीय ग्रहांतून त्याचा पात वजा करावा आणि बाकीला **पातोनग्रह** म्हणावें. पातोनग्रह उपकरणानें ८ व्या **कोष्टकां**तून परिणति संस्कार आणून तो कक्षावृत्तीय ग्रहास द्यावा म्हणजे त्याचें **क्रांति**वृत्तीय रविमध्यस्थान सिद्ध होतें.

कक्षावृत्तीयग्रह + परिणति = क्रांतिवृत्तीयग्रह.

उदाहरणः—(न्यास २ रा पहा.) यांत मध्यमगुरु ६८°·३३ आहे. यांतून गुरूचें नीचस्थान ३५०°·२६ वजा करून आलें मंदकेंद्र ७८°·०७. या उपकरणानें ७ व्या कोष्टकांतून मंदफल + ५°·४६ आणून त्याचा मध्यमगुरूला संस्कार केल्यानें त्याचें आपल्या कक्षावृत्तावरील स्थान ७३°·७९ सिद्ध झालें.

नंतर ७३°·७९ यांतून गुरूचा पात ७३°·९५ वजा करून बाकी ३५९°·८४ हा पातोन गुरु झाला. या उपकरणानें ८ व्या कोष्टकांतून परिणति संस्कार ० आला. त्याचा कक्षावृत्तीय गुरुला ७३°·७९ संस्कार करून ७३°·७९ हा **क्रांतिवृत्तीय** गुरु झाला.

पुन्हां पातोन गुरु ३५९°·८४ या उपकरणानें ९ व्या कोष्टकांतून गुरूचा **रविमध्यशर** काढला तर तो − ०°·९० येतो. ऋण म्हणजे दक्षिण.

गुरूचें मंदकेंद्र ७८°·०७ यानें १० व्या कोष्टकांतून **मंदकर्ण** काढला तो ५·१६२ आला.

पुढील भूमध्यगणितास लागणारा दीर्घवर्तुलांशाचा गुणक तयार करण्याचीं साधनें रविमध्यगणितांतील उपकरणावर व कोष्टकावर अवलंबून असल्यामुळें तो आणण्याचा प्रकार येथेंच सांगणें बरें.

दीर्घवर्तुलांश गुणकः— मंदकेंद्र उपकरणानें १० व्या कोष्टकांतून ग्रहाचे मंदकर्ण आणावे. रविमंदकेंद्र उपकरण घेऊन ११ व्या कोष्टकांतून ग्रहांचीं **समांतरें** आणावीं. नंतर या दोहोंचें ऐक्य (चिन्हाप्रमाणें) करून त्यांतून बुधादिकांचे मध्यम मंदकर्ण अनुक्रमें ·३८७१, ·७२३३, १·५२३७, ५·२०३, ९·५५५, १९·२१८ ३०·११० वजा करावे म्हणजे त्या त्या ग्रहांचे गुणक येतात.

मंदकर्ण+समांतर−मध्यममंदकर्ण=दीर्घवर्तुलांशगुणक.

उदाहरणः--गुरूचे मंदकेंद्र ७८·०७ यानें १० व्या कोष्टकांतून गुरूचा मंदकर्ण ५·१६२ काढला. पुन्हां रविमंदकेंद्र ३५९·६६ यानें ११ व्या कोष्टकांतून गुरूचें समांतर + ०·०८७ आणिलें. या दोहोंची बेरीज ५·२४९ यांतून गुरूचा मध्यममंदकर्ण ५·२०३ वजा केल्यानें बाकी +०·०४६ हा त्याचा **दीर्घवर्तुलांश** गुणक झाला.

याप्रमाणें रविमध्यांतून दिसणारे गुरूचे क्रांतिवृत्तावरचे अवच्छेदक ह्मणजे **भोग** व **शर** आले. पण सूर्याचा मध्य बिंदु आह्मांस (भूलोकींच्या रहिवाशास) दुर्गम असल्यामुळें रविमध्यगणिताची प्रतीति पहाणें आम्हांस अशक्य आहे. सूर्य, पृथ्वी व ग्रह हे एका रेषेंत आल्या वेळीं म्हणजे ग्रहाच्या सूर्यापासून षड्भांतरप्रसंगीं मात्र या गोष्टीचा संभव असतो. पण असे प्रसंग बहिर्ग्रहांच्या-संबंधानें वर्षांतून एकदां मात्र येतात. ह्मणून इतर पाहिजे त्या वेळीं भूमध्यांतून पहाणाऱ्यास ग्रह आकाशांत कोठें दिसेल तें स्थान ठरविण्यासाठीं पुन्हां निराळें गणित केलें पाहिजे. या गणिताला भूमध्यगणित ह्मणतात.

भूमध्यगणित.

भूमध्य दृश्य भोगः-रविमध्यग्रहांतून मंदस्पष्ट रवि वजा करून जी बाकी येईल तिला **शीघ्रकेंद्र** म्हणतात. शीघ्रकेंद्र उपकरणानें १२ व्या **कोष्टकांतून** दीर्घवर्तुलांश आणून त्यांस रविमध्यगणिताच्या शेवटीं साधलेल्या गुणकानें **गुणावें.** गुणाकार **दीर्घवर्तुल** नांवाचा प्रथम संस्कार होतो.

दीर्घवर्तुलांश × गुणक=दीर्घवर्तुलसंस्कार·

पुन्हां शीघ्रकेंद्र उपकरणानें १३ व्या कोष्टकांतून **इनांतर** नांवाचा **दुसरा** संस्कार काढावा. मग हे दोनही संस्कार **मंदस्पष्ट रवीला** केले म्हणजे **भूमध्य-**दृश्य ग्रह भोग येतो.

मंदस्पष्ट रवि + दीर्घवर्तुल संस्कार + इनांतर = भूमध्यदृश्यग्रह.

उदाहरणः-(न्यास ३ रा पहा.) रविमध्यगुरु ७३·७९ यांतून **स्पष्ट रवि** २५८·४२ वजा करून बाकी राहिली १७५·३७ हें शीघ्रकेंद्र झालें. **या शीघ्र-**केंद्र उपकरणानें १२ व्या कोष्टकांतून गुरूचा दीर्घवर्तुलांश +०·१५ आला. **याला** रविमध्यगणिताच्या शेवटीं साधलेल्या गुणकानें +·०४६ गुणून गुणाकार +०·०१ हा **दीर्घवर्तुलांश** संस्कार झाला.

पुन्हां शीघ्रकेंद्र १७५·३७ उपकरणानें १३ व्या कोष्टकांतून गुरूचा **इनांतर संस्कार** काढला तो + १७४·२७ आला. हे दोनही संस्कार **मंदस्पष्टरवींत**

२५९·४२ मिळवून गुरूचा **भूमध्यस्पष्ट** भोग ७२·७० म्हणजे ७२ अंश ४२ कला आला.

भूमध्यदृश्यशरः–शीघ्रकेंद्र या उपकरणानें १४ व्या कोष्टकांतून शीघ्र कर्ण आणावा. मग रविमध्यदृश्यशराला मंदकर्णानें गुणून गुणाकारास शीघ्रकर्णानें भागावें. भागाकार भूमध्यांतून दिसणारा ग्रहशर होतो.

मंदकर्ण व शीघ्रकर्ण हे नेहमीं धन असतात. म्हणून रविमध्यशराची जी दिशा तीच भूमध्यशराची दिशा असते. शराच्या मागें धन चिन्ह असेल तर तो उत्तर, ऋण चिन्ह असेल तर तो दक्षिण असें जाणावें.

रविमध्यशर × मंदकर्ण ÷ शीघ्रकर्ण = भूमध्यशर.

उदाहरणः–गुरूच्या शीघ्रकेंद्रानें १७५°·३७ चौदाव्या कोष्टकांतून गुरूचा शीघ्रकर्ण ४·२०४ आणिला. नंतर – ३′·९० या त्याच्या रविमध्यशरास त्यांच्या मंदकर्णानें ५·१६२ गुणून आलेल्या गुणाकारास – २०′·१३१८ शीघ्रकर्णानें ४·२०४ भागून भागाकार ४′·८ हा गुरूचा **भूमध्यदृश्यशर** झाला.

भूमध्यदृश्य दिनगति–ग्रहाच्या शीघ्रकेंद्रानें १५ व्या कोष्टकांतून गतिफल आणून त्याचा सूर्याच्या मध्यमगतिला म्हणजे ५९′·१ क. यांना संस्कार करावा म्हणजे भूमध्यदृश्य दिनगति येते. दिनगति धन असेल तर ग्रह **मार्गी** असतो पण ऋण येईल तर तो **वक्री** आहे असें जाणावें.

५९′·१ + गतिफल = भूमध्यदृश्यदिनगति.

उदाहरणः–गुरूचे शीघ्रकेंद्र १७५°·३७ यानें १५ व्या कोष्टकांतून गतिफल – ६७′·० आणून त्याचा ५९′·१ यांस संस्कार करून आली गुरूची भूमध्यदृश्य दिनगति – ७′·९ ही ऋण आहे म्हणून इष्ट दिवशीं गुरु – ७′·९ मागें जाईल म्हणजे त्याची गति **वक्र** किंवा विलोम असेल.

बुधदिनगति विशेषः–१५ व्या कोष्टकांत जीं गतिफलें दिलीं आहेत तीं सर्व ग्रहकक्षा वर्तुलाकार व ग्रहगति मध्यम आहेत असें कल्पून तयार केलीं आहेत. पण ही कल्पना बुधाच्या वस्तुस्थितीशीं फारशी जुळत नाहीं. त्याची कक्षा बरीच लांबोडी असून दिनगति ही मोठी झपाट्याची आहे. या दोन कारणांची उपेक्षा केल्यामुळें त्याचें गतिफल बरेंच स्थूल झालें आहे. तें सूक्ष्म होण्यासाठीं पुढें सांगितल्याप्रमाणें विशेष गणित केलें पाहिजे.

बुधाचें मंदकेंद्र उपकरण घेऊन १५ व्या उपकोष्टकांतून **गतिफलगुणक** व **वर्तुलांश गुणक** असे दोन गुणक काढावे. नंतर त्या गुणकांनीं पूर्वी आणलेल्या आपापल्या गुण्यास गुणून येणाऱ्या शुद्ध मानांचा ५९·१ कलांना संस्कार करावा म्हणजे सूक्ष्मगति येईल.

उदाहरणः–बुधाचें मंदकेंद्र रविमध्यगणितप्रसंगीं आणिलेलें (२ रा न्यास पहा.) १३०°·४५ आहे. या उपकरणानें १५ व्या उपकोष्टकांतून गुणक काढले ते ·८१ व + ·००३१ असे आले. ३ ऱ्या न्यासांत बुधाचें गतिफल + ४१′·३ कला आहे व वर्तुळांश −३१°·९ आहेत. यांस ६० नीं गुणून कला कराव्या. मगः–

	क.
रविमध्यमगति	५९·१
+ ४१′·३ × ·८१	+ ३३′·४
− ३१°·९×६०(+·००३१)	− ५·९
बुधाची भूमध्यदृश्य दिनगति . . .	८६·६

ग्रहांचीं बिंबें (Dises):–बुधादिग्रहांचीं भूमध्यदृश्य बिंबें १६ व्या कोष्टकांत दिलीं आहेत. त्याचें उपकरण शीघ्रकेंद्र आहे. **उदा०**:–गुरूचें शीघ्रकेंद्र १७५°·३७ यानें सदर कोष्टकांतून गुरूचें बिंब ४६″·० येतें.

ग्रहांच्या कला (Phases):–ग्रहांचीं बिंबें सर्वदा पूर्ण प्रकाशित नसतात. चंद्राप्रमाणें त्यांनाही कला असतात. **शुक्र मंगळ** हे ग्रह पृथ्वीच्या संनिध असल्यामुळें त्यांच्या कला दुर्बिणींतून स्पष्ट दिसतात. शुक्र अंतर्ग्रह असल्यामुळें त्याच्या बिंबावर शुक्ल व कृष्ण या दानही पक्षांच्या सर्व तिथींच्या कला क्रमानें दिसून येतात. मंगळ बहिर्ग्रह (Superior planet) असल्यामुळें त्याच्या बिंबावर शुक्ल १२ शी पासून कृष्ण ३ ये पर्यंत क्षयवृद्धि दिसते.

या दोन ग्रहांच्या कला १६ व्या कोष्टकांत दिल्या आहेत. **उदा०**:–शुक्र व मंगळ यांचीं शीघ्रकेंद्रें (न्यास ३ पहा.) अनुक्रमें २००°·० व २६७ आहेत. यावरून त्यांच्या अनुक्रमें २५ व १८ तिथि येतात. म्हणजे शुक्रबिंब कृष्ण १० मीच्या चंद्रबिंबाप्रमाणें दिसेल व मंगळबिंब कृष्ण ३ येच्या चंद्रासारखें दिसेल.

ग्रहांचीं क्षितिज लंबनें (Horizontal paralax):–सूर्याचें मध्यम क्षितिज लंबन ८″·८ आहे. या संख्येला सूर्याच्या इष्ट दिवसाच्या मंदकर्णानें भागिलें तर त्या दिवसाचें सूर्याचें क्षितिज लंबन येतें. याच ८″·८ ना इतर ग्रहांच्या शीघ्रकर्णांनीं भागिलें म्हणजे त्यांचीं इष्ट दिवसांचीं क्षितिजलंबनें येतात. हीं फार अल्प असतात म्हणून तीं कोष्टकांत दिलीं नाहींत. **उदाः०**–गुरूच्या शीघ्रकर्णानें ४·२०४ वरील संख्येस भागिलें तर इष्ट दिवशीं गुरूचें लंबन २″·१ होतें असें निष्पन्न होतें. इंद्राच्या शीघ्रकर्णानें २९·० भागिलें तर त्याचें लंबन फक्त ०″·३ येतें. यावरून इंद्रग्रहावरून आमची पृथ्वी बहुधा दिसत नसावी. तशांत ती

सूर्यापासून पुढें किंवा मागें २ अंशांपेक्षां दूर कधींही जात नाहीं. तथापि सूर्याचें तेजही १००० पट कमी झालें असतें. म्हणून कदाचित् मोठ्या दुर्बिंणींतून दिसली तर दिसेल.

भूमध्यगणित त्रिकोणमितीच्या सूत्राशिवाय सूक्ष्म होत नाहीं. त्रिकोणमितीचें गणित कठिण नसलें तरी त्यांत लांब लांब संख्यांचे गुणाकार भागाकार करावे लागतात, त्यामुळें त्याचा लवकरच कंटाळा येतो. म्हणून प्रत्येक कलेच्या किंवा दर दहा दहा विकला कंसाच्या भुजज्या कोटिज्या स्पर्शरेषा ज्यांत आहेत अशा कोष्टकांचें साहाय्य घ्यावें लागतें. पण राजाश्रयाशिवाय इतके श्रम करण्यास थोडेच लोक तयार असतात म्हणून ४।५ कलांची तफावत आली तरी चालेल असें गृहीत धरून वरील सर्व भूमध्य गणित केवळ कोष्टकावरूनच करितां येईल अशी युक्ति आम्हीं योजिली आहे.

ग्रहलाघवकारांना देखील ही अडचण चांगली कळून आली होती म्हणून आपल्या ग्रंथांत ज्या भुजज्या आपण येऊं देणार नाहीं अशी त्यांनीं ग्रंथारंभीं प्रतिज्ञा करून गणकांची काळजी दूर केली आहे.

यद्यप्यकार्षुरुरवः करणानि धीरा
स्तेषुज्यकाधनुरपास्य न सिद्धिरस्मात् ।
ज्याचापकर्मरहितं सुलघुप्रकारं
कर्तुं ग्रहप्रकरणं स्फुटमुद्यतोऽस्मि ॥

—गणेश दैवज्ञ.

श्रीभास्कराचार्यांच्या करणकुतूहलास अनुलक्षून हा दोष दाखविण्यांत आला आहे असें दिसतें.

कै. केरोपंत छत्रे यांनीं आपल्या ग्रहसाधनकोष्टक ग्रंथांत भूमध्यगणितांत ज्या चापकर्मांची जरूरी ठेविली असल्यामुळें त्यांचा ग्रंथ मागें पडला आहे.

आह्मीं या पुस्तकांत गणित करण्याचे दोनही मार्ग खुले ठेविले आहेत म्हणून ज्यांस ज्यास्त सूक्ष्मता पाहिजे असेल त्यांनीं पुढें सांगितल्याप्रमाणें गणित करावें.

अंतर्ग्रहः—बुध व शुक्र.

रविमध्यग्रहांतून स्पष्टरवि वजा करावा, म्हणजे बाकी शीघ्रकेंद्र होतें. शीघ्रकेंद्राची भुजज्या व कोटिज्या आणून त्यांनीं ग्रहाच्या मंदकर्णास निरनिराळें गुणावें. गुणाकार अनुक्रमें लंब व अवलंब होतात.

१ स्वल्पांतरत्व दृग्ददृपयोगात्प्रसिद्धभावाच्च बहुप्रयासात् ।
ग्रंथस्य तज्ज्ञगुरुताभयेन यस्त्यज्यतेऽर्थो न स दूषणाय ॥ —सि. शि. म.

रविमंदकर्णांत अवलंब धनर्ण करून **स्फुटावलंब** आणावा. लंब व स्फुटावलंब यांच्या वर्गांच्या बेरजेचें जें वर्गमूळ येईल तेवढा ग्रहाचा **शीघ्र-कर्ण** होतो.

लंबास शीघ्रकर्णानें भागावें. भागाकार शीघ्रफलाची भुजज्या होते. भुजज्ये-वरून उलट धनु (कंस) आणावें तें **शीघ्रफल** होतें.

शीघ्रफलाचा **स्पष्टरवीला** संस्कार करावा म्हणजे **भूमध्य** दृश्य **अंतर्ग्रह** येतो.

रविमध्यशराला मंदकर्णानें गुणून शीघ्रकर्णानें भागावें. भागाकार **भूमध्य-शर** होतो.

बहिर्ग्रहः—मंगळ, गुरु, शनि, वरुण, इंद्र.

स्पष्टरवींतून रविमध्यग्रह वजा करावा. बाकी **विलोम** शीघ्रकेंद्र होतें.

विलोम शीघ्रकेंद्राच्या भुजज्या व कोटिज्या आणून त्यांनीं रवीच्या मंद-कर्णास निरनिराळें गुणावें. गुणाकार अनुक्रमें **लंब व अवलंब** होतात.

ग्रहमंदकर्णांत अवलंब धनर्ण करून **स्फुटावलंब** आणावा.

लंब व स्फुटावलंब यांच्या वर्गांच्या बेरजेचे वर्गमूळाएवढा शीघ्रकर्ण होतो.

लंबास शीघ्रकर्णानें भागावें. भागाकार शीघ्रफलाची भुजज्या होते. भुजज्ये-वरून धनु आणावें. तें शीघ्रफल होतें.

शीघ्रफलाचा रविमध्य **ग्रहाला** संस्कार करावा म्हणजे भूमध्य **बहिर्ग्रह** होतो.

रविमध्यशराला मंदकर्णानें गुणून शीघ्रकर्णानें भागावें. भागाकार **भूमध्य-शर** होतो.

उदाहरण १ लें. अंतर्ग्रह शुक्राचें—पूर्वोक्त उदाहरणांत (न्यास २।३ पहा.) रविमध्यशुक्र ९८.३६, स्पष्टरवि २५८.४२, शुक्रमंदकर्ण .७१८४, रविमंदकर्ण .९८३२ अशीं मानें आहेत.

रविमध्यशुक्र	९८	२१′.६
स्पष्टरवि	— २५८	२५.२
शीघ्र केंद्र	१९९	५६.४

शीघ्र केंद्र भुज १९° ५६′·४

शीघ्र केंद्र भुजज्या	– ·३४१०५	कोटिज्या	– ·९४००५
शुक्रमंदकर्ण	·७१८४०		·७१८४०
गुणाकार लंब	– ·२४५०१	अवलंब	– ·६७५३३
रविमंदकर्ण			·९८३२०
लंब	– ·२४५०१	स्फुटावलंब	·३०७८७

शीघ्रकर्ण = $\sqrt{(-\cdot२४५०१)^२ + (-\cdot३०७०७)^२}$ = ·३९३४६

शीघ्रफलज्या = (–·२४५०१) ÷ (· ३९३४६) = – ·६२२७१

शीघ्रफल = शीघ्रफल भुजज्येचा कंस	– ३८°	३१′.
मद्स्पष्टरवि	२५८	२५
भूमध्यस्पष्ट शुक्र	२१९	५४

उदाहरण २ रें. बहिर्ग्रह मंगळाचें—पूर्वोक्त उदाहरणांत न्यास २१३ **पहा.** रविमध्य मंगळ १६५°·५१, स्पष्टरवि २५८°·४२ मंगळ **मंदकर्ण** १·६३७४, **रवि**-मंदकर्ण. ९८३२.

स्पष्टरवि	२५८°	२५′·२
रविमध्य मंगळ	–१६५	३०·६
विलोमशीघ्र केंद्र	९२	५४·६

शीघ्रकेंद्र भुजज्या	+ ·९९८७२	कोटिज्या	– ·०५०५९
रविमंदकर्ण	·९८३२		·९८३२
गुणाकार लंब	+ ·९८१९४	अवलंब	– ·०४९७४
मंगळमंदकर्ण			१·६३७४०
लंब	+ ·९८१९४	स्फुटावलंब	१·५८७६६

शीघ्रकर्ण = $\sqrt{(\cdot९८१९४)^२ + (१\cdot५८७६६)^२}$ = १·८६६८

शीघ्रफलज्या = + (·९८१९४ ÷ १·८६६८) = + ·५२५९२

शीघ्रफल	+ ३१°	४४′·०
रविमध्य मंगळ	१६५	३०·६
भूमध्य मंगळ.	१९७	१४·६

टीप–वरील गणितांत लाग्रतमाचा उपयोग केला तर थोडक्या श्रमांत काम होतें. शीघ्रकेंद्र १८० अंशापेक्षां कमी असेल तर शीघ्रफल धन असतें, पण १८० अंशापेक्षां अधिक असेल तर शीघ्रफल ऋण असतें असें निराळें सांगण्याची आवश्यकता नाहीं. कारण कंस ०°–१८०° असेल तर त्याची भुजज्या धन असते पण १८०°–३६०° असेल तर त्याची भुजज्या ऋण असते. तसेंच कंस २७०°–९०° असेल तर कोटिज्या धन, ९०°–२७०° असेल तर कोटिज्या ऋण असते असें त्रिकोणमितींत सांगितलें असतेंच.

वर त्रिकोणमितीनें केलेल्या गणितावरून शुक्राचा भूमध्य भोग २१९°·५४′ येतो आणि मंगळाचा १९७° १४′·६ येतो. या प्रत्येकांत अयनांश २२° ३२′·६ मिळविले तर शुक्राचा सायन भूमध्य भोग २४२° २६′·६ येतो आणि मंगळाचा २१९° ४७′·२ येतो.

हे भोग पान (२७) येथें केलेल्या तुलनेंत मांडिले तर ते फ्रेंच गणिताशीं पूर्वीच्या भोगापेक्षां जास्त जमतात असें दिसून येईल.

उज्जयिनीकाल २७ घ. १४ प. पौष कृष्ण २ बुधवार शके १८२८ किंवा **पारीस** दोन प्रहर तारीख २ री जानेवारी १९०७ इ०.

न्यास १ मध्यमगणित विवरण.	रवि. अं.	बुध. अं.	शुक्र. अं.	मंगळ. अं.	गुरु. अं.	शनि. अं.	वरुण. अं.	इंद्र. अं.
कोष्टक १ क्षेपक चैत्र शुक्ल १ दा.१८००	३४१.०८७	५२.५०	१९५.४७	६१.२०	२७५.६७	३३८.३५	१२७.७५	१५.०८
गति १ चक्र .	.१२७	३२०.८३	३१८.७९	३६.७९	२१६.६५	२३२.२१	८१.४१	४१.५१
,, ३००० दिवस .	७६.८२८	३७.०२	१२६.३९	१३२.१०	२४९.२७	१००.३८	३५.१९	१७.९५
,, ५०० दिवस .	१३२.८०५	२४६.१७	८१.०६	२६२.०२	४१.५५	१६.७३	५.८७	२.९९
,, ६० दिवस .	५९.१३७	२४५.५४	९६.१३	३१.४४	४.९९	२.०१	.७०	.३६
१ दिनगति ×.४५४ दिवस .	.४४८	१.८६	.७३	.२४	.०४	.०२	.००	.००
निजमध्यम भोग . . .	२५८.४३२	१८३.९२	९८.५७	१७१.७९	६८.१७	३२९.७०	२५०.९२	७७.८९
को. २ गुरु शनीचें आकर्षण श.१८२९	.	.	.	.	+.२१	–.५४	.	.
को. ३ उप. (गु–श)=(६८°–३३०°)=९८°	.	.	.	.	–.०५	.	.	.
को. ४ उप. (गु–२श.)=१२९° .	.	.	.	.	.	+.०६	.	.
(१) स्फुट मध्यमग्रह . .	२५८.४३२	१८३.९२	९८.५७	१७१.७९	६८.३३	३२९.२२	२५०.९२	७७.७९
को. ५ नीचस्थानें शके १८००	२५८.६८०	५३.४३	१०७.६७	३११.६८	३५०.२२	६८.४५	१४९.१०	२४.२८
१.५ चक्रगति	.०९०	.०४	—.०१	.१३	.०४	.१२	.०३	.०१
(२) ग्रहांचीं नीचें . .	२५८.७७०	५३.४७	१०७.६६	३११.८१	३५०.२६	६८.५७	१४९.१३	२४.२९
	अयनांश							
को. ६ पातस्थानें शके १८००	२२.१४२	२४.७५	५३.४३	२६.४३	७७.०७	९०.४८	५१.०३	१०८.२३
१ चक्रगति . .	.२६५	—.०४	–.१०	–.१२	–.०८	–.१०	–.१७	–.०६
३५६० अहर्गण=.५ चक्रगति	.१३२	—.०२	–.०५	–.०६	–.०४	–.०५	–.०८	–.०३
(३) ग्रहांचे पात . . .	२२.५३९	२४.६९	५३.२८	२६.२५	७६.९५	९०.३३	५०.७८	१०८.१४

उज्जयिनीकाल २७ घ. १४ प. पौष कृष्ण २ या बुधवार शके १८२८.

न्यास २ रविमध्यगणित. विवरण.	रवि. अं.	बुध. अं.	शुक्र. अं.	मंगळ. अं.	गुरु. अं.	शनि. अं.	वरुण. अं.	इंद्र. अं.
मध्यमग्रह . . . (अ)	२५८·४३२	१८३·९२	९८·५७	१७१·७९	६८·३३	३२९·२२	२५०·९२	७७·८९
नीचे . . . (ब)	२५८·७७०	५३·४७	१०७·६६	३११·८१	३५०·२६	६८·५७	१४१·१३	२४·२९
मंदकद्रें . . (अ − ब) =	३५९·६६२	१३०·४५	३५०·९१	२१९·९८	७८·०७	२६०·६५	१०१·७९	५३·६०
मंदफलें को. ७ उप मंदकद्रें. (क)	− ०·०१२	+ १५·१८	− ०·१६	− ६·२९	+ ५·४६	− ६·३०	+ ५·१९	+ ०·८१
मध्यमग्रह . . (ड)	२५८·४३२	१८३·९२	९८·५७	१७१·७९	६८·३३	३२९·२२	२५०·९२	७७·८९
(४) रवि मध्यग्रह विक्षेप वृत्तावर.(क+ड)	२५८·४२०	१९९·१०	९८·४१	१६५·५०	७३·७९	३२२·९२	२५६·११	७८·७०
पात (न्यास १) . . (इ)	·	२४·६९	५३·२८	२६·२५	७६·९५	९०·३३	५०·७८	१०८·१४
पातान रविमध्यग्रह.(क + ड − इ) = फ	·	१७४·४१	४५·१३	१३९·२५	३५६·८४	२३२·५९	२०५·३३	३३०·५५
परिणति. को. ८ उप. पातोन र.म. ग्रह (ग)	·	+ ०·०४	− ०·०५	+ ०·०१	०·००	− ०·०२	०·००	०·००
रवि मध्यग्रह विक्षेपवृत्तावर. (ह)	·	१९९·१०	९८·४१	१६५·५०	७३·७९	३२२·९२	२५६·११	७८·७०
(५) र. म. ग्रह क्रांतिवृत्तावर(ग + ह)	२५८·४२०	१९९·१४	९८·३६	१६५·५१	७३·७९	३२२·९०	२५६·११	७८·७०
(६) रवि मध्यशर को. ९उप. पातोन र.म.ग्र	·	+ ४०′·८०	+ १४४′·२०	+ ७२′·५०	− ३′·९०	− ११९′·००	− १९′·७०	− ५२′·६०
(७) मंदकर्ण को. १० उप.मदकद्रें (ल)	०·९८३२	·४४६५	०·७१८४	१·६३७४	५·१६२	९·६५६	१९·४१५	२९·९२०
समांतरें को. ११ उप. रविकेंद्र (म)	·	+ ·००६५	+ ·०१२१	+ ·०२५४	+ ०·०८७	+ ०·१५९	+ ०·३२०	+ ०·५२०
(ल + म)	·	·४५३०	·७३०५	१·६६२८	५·२४९	९·८१५	१९·७३५	३०·४४०
मध्यम मंदकर्ण . . (न)	·	·३८७१	·७२३३	१·५२३७	५·२०३	९·५५५	१९·२१८	३०·११०
दीर्घवर्तुलांशाचे गुणक (ल + म − न)	·	+ ·०६५९	+ ·००७·	+ ०·१३९१	+ ०·०४६	+ ०·२६०	+ ०·५१७	+ ०·३३०

उज्जयिनीकाल २७ घ. १४ प. पौष कृष्ण २ या बुधवार शके १८२८.

न्यास ३ भूमध्यगणित	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.
विवरण.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
रविमध्यग्रह . . (प)	२५८.४२०	१९९.१४	९८.३६	१६५.५१	७३.७९	३२२.९०	२५६.११	७८.७०
स्पष्ट रवि . . . (र)	२५८.४२०	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	३५८.४२
शीघ्रकेंद्र . . .(प-र)...	०.०	३००.७२	१[illegible].९४	२६७.०९	१७५.३७	६४.४८	३५७.६९	१८०.२८
दीर्घवर्तुलांश. को.१२उप. शीघ्रकेंद्र(स)	.	− ३१.९	− ११९.४	− १८.२	+ ०.१५	+ ०.५१	− ०.०	− ०.००
गुणक. न्यास २ पहा . (त)	.	+ .०६५९	+ .००७२	+ .१३९१	+ .०४६	+ .२६०	+ .५१७	+ .३३०
दीर्घवर्तुल संस्कार (स×त)=(ख)	.	− २.१०	− ०.८६	− २.५३	+ ०.०१	+ ०.१३	− ०.००	− ०.००
इनांतर. को. १३ उप. शीघ्रकेंद्र. (च)	.	− १५.५३	− ३७.५५	− ५८.७७	+१७४.२७	+ ५९.३०	− २.२०	−१७९.७९
स्पष्ट रवि . . . (र)	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२	२५८.४२
(८) भूमध्य स्पष्टग्रह (ख + च + र)	२५८.४२	२४०.७९	२२०.०१	१९७.१२	७२.७०	३१७.८६	२५६.२२	७८.६३
(भूमध्यशर गणित)		क.	क.	क.	क.	क.	क.	क.
रविमध्यशर . . .	गुण्य (छ)	+४०′.८०	+१४४.२०	+७२.५०	− ३.९०	−११९.००	− १९.७०	− ५२.६०
मंदकर्ण . . .	गुणक (ट)	०.४४६५	०.७१८४	१.६३७४	५.१६२	९.६५६	१९.४९२	२९.९२०
(९) शीघ्रकर्ण को. १४ उप. शाघ्रकेंद्र	भाजक (थ)	१.२४३	०.४०४	१.७८९	४.२०४	१०.०१०	२०.१८२	२९.०५४
(१०) भूमध्य स्पष्टशर = (छ×ठ÷थ)=	भागाकार	+१४.७	+२५६.४	+६६.४	− ४.८	−११४.८	− १९.०	− ५४.२
(भूमध्य स्पष्ट दिनगति गणित)		क.	क.	क.	क.	क.	क.	क.
रविमध्यम दिनगति को. १	(झ)	५९.१	५९.१	५९.१	५९.१	५९.१	५९.१	५९.१
गतिफल को. १५ उप. शीघ्रकेंद्र	(भ)	४१.३	− ३५.७	− १९.७	७.०	− ५४.२	− ५५.५	− ६०.८
(११) भूमध्य दृश्यगति ऋण म्हo वक्र	(झ + भ)	१००.४	२३.४	३९.४	− ७.९	४.९	३.६	− १.७

चंद्रगणित.

बुधादि ग्रहांचीं मध्यममानें आणण्याच्या रीतीनें च १७ व्या कोष्टकांतून इष्ट वेळेचीं चार उपकरणें, चंद्र आणि चक्रशुद्ध राहु यांचीं मध्यम मानें आणावीं.

नंतर १ लें, २ रें, आणि ३ रें या उपकरणांनीं १८ व्या कोष्टकांतून अनुक्रमें **गति, तिथि** व **च्युति** हे तीन संस्कार काढून ते ४ थें उपकरण आणि चंद्र यांच्या सदरांत मांडावें.

पहिले तीन संस्कार मिळवून येणाऱ्या ४ थ्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून चंद्राचा **मंदफल** संस्कार काढून तो चंद्राच्या सदरांत मांडावा. नंतर हे चारही संस्कार मध्यमचंद्रांत मिळवावे. म्हणजे कक्षावृत्तावरील चंद्राचा भोग येतो.

मग कक्षावृत्तावरील चंद्राचा भोग चक्रशुद्ध राहूच्या भोगांत मिळवावा. म्हणजे ५ वें उपकरण तयार होतें. या ५ व्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून चंद्राचा **परिणति** संस्कार आणून तो कक्षावृत्तावरील चंद्राच्या भोगांत मिळवावा. म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील चंद्राचा भोग येतो. यालाच **स्पष्टचंद्र** म्हणतात.

स्पष्टचंद्र = { चंद्राचा क्षेपक + चक्रगति + अहर्गणगति
+ दिनांशगति + १ ला संस्कार + २ रा संस्कार
+ ३ रा संस्कार + फल संस्कार + परिणति.

उदाहरणः—इ. स. १९०७ माहे जानेवारी तारीख २ री या दिवशीं **पारीस**च्या मध्यम दोनप्रहरीं स्पष्ट चंद्राचा भोग किती होता तें भोग काढ.

(न्यास ४ पहा). वर सांगिल्याप्रमाणें गणित केलें तर इष्टवेळीं चार उपकरणें मध्यमचंद्र, आणि चक्रशुद्ध राहु यांचीं मानें अनुक्रमें ३५९°·६८, २१४°·५८ १९२°·९३ · · · इत्यादि येतात. पहिल्या तीन उपकरणांनीं १८ व्या कोष्टकांतून आणिलेले तीन संस्कार ०°·२५, १°·३८, १°·०४ चौथ्या उपकरणांत मिळविल्यानें संस्कृत ४ थें उपकरण २३६°·५७ आलें. यापासून १८ व्या कोष्टकांतून चंद्राचा मंदफल संस्कार १°·४६० आणून तो वरील तीन संस्कारांसह मध्यमचंद्रांत मिळविल्यानें १०८°·१६९ **कक्षावृत्तावरील** चंद्राचा भोग आला.

हा भोग चक्रशुद्ध राहु २५८°·८२१ यांत मिळविल्यानें ६°·९९० हें ५ वें उपकरण सिद्ध झालें. यापासून परिणति संस्कार ०°·१३० आणून तो कक्षावृत्तीय चंद्रभोगांत १०८°·१६९ मिळवून आलेली बेरीज १०८°·२९९ हा **पंचसंस्कार संस्कृत** चंद्र झाला.

नेहमींच्या तिथिवारादि पंचांगगणिताच्या कामाला जितकी सूक्ष्मता पाहिजे असते तितकी सूक्ष्मता वरील पांच संस्कारांपासून उत्पन्न होते. म्हणून

आमच्या **वैजयंती** नांवाच्या पंचांगगणितपुस्तकांत हे पांच संस्कार मात्र आम्हीं घेतले आहेत. पण ग्रहणादि प्रसंगीं जास्त सूक्ष्मतेची गरज लागते. म्हणून अशा प्रसंगीं बाकीचे सहा लहान संस्कारही दिले पाहिजेत.

१८ व्या कोष्टकाच्या उत्तरार्धांत शिरोभागीं सांगितल्याप्रमाणें पूर्वी आणलेल्या ५ उपकरणांच्या बेरीज वजाबाकीपासून नवीन ६ उपकरणें तयार करून त्यांच्या साधनानें कलात्मक सहा संस्कार आणून ते पंचसंस्कारयुक्त चंद्रभोगांत मिळवावे. आणि आलेल्या बेरजेंतून तेरा कला वजा कराव्या म्हणजे **सूक्ष्म** चंद्रभोग होतो. यांत जरूर प्रसंगीं अयनांश मिळवावे म्हणजे सायन चंद्रभोग येतो. पाश्चात्यांचे भोग नेहमीं सायन असतात, म्हणून त्यांच्या भोगाशीं तुलना करितांना आमचे निरयण भोग सायन केले पाहिजेत.

उदाहरणः—दुसरें उपकरण २१४°.६, द्विगुण ६९°.२ यांत उणें पहिलें ३५९°.७ बरोबर ६९°.० सुमारें या उपकरणानें पहिल्या रकान्यांत शिरून पाहिलें तर ५′.३ सहावा संस्कार येतो. या रीतीनें इतर उपकरणें तयार करून संस्कार आणिले तर अनुक्रमें २′.१, ०′.४, २′.५, ०′.७ २′.५ येतात. हे सहा संस्कार पंचसंस्कारयुक्त चंद्र १०° १८′.८ यांत मिळवून आलेल्या बेरिजेंतून १३′.० वजा केल्या तर १०° १९′.३ हा **एकादशसंस्कारसिद्ध** स्पष्टचंद्र झाला.

यांत अयनांश २२° ३२′.४ मिळविल्यानें १३° ५१′.७ हा सायन चंद्र झाला.

चंद्रशरः—परिणति संस्काराच्या उपकरणांत म्हणजे राहु मिळविलेल्या चंद्रांत ०°.१५० मिळवून येणाऱ्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून मध्यम चंद्रशर आणावा.

नंतर दुसऱ्या उपकरणाच्या दुपटींतून परिणतीचें उपकरण वजा करून येणाऱ्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून चंद्र शराचा आकर्षण संस्कार आणून तो मध्यमचंद्रशरांत धनर्ण करावा म्हणजे **स्पष्ट** चंद्रशर येतो. उदाहरण—

(चंद्र + च. शु. राहु) = ६°.९९
                                        ०.१५
को. १८. उप. . . ७.१४ यावरून मध्यमशर + ०° ३७′.७

द्विगुण २ रें उप. . . ६९°.२
– (चं + च. रा) . . – ६.९
को. १८ उप . . ६२.३ यावरून शरसंस्कार + ० ७.८

स्पष्ट चंद्रशर उत्तर . . . . . + ० ४५.५

चंद्रगणिताचें उदाहरण—न्यास ४.

विवरण.	१ लें उप.	२ रें उप.	३ रें उप.	४ थें उप.	चंद्र.	च. शु. राहु
	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
क्षेपक.	१०°·४०	६°·११	१६४°·४८	२०५°·५६	३४६°·२९७	६२°·३७५
गति.						
को. १७·१ च.	·०६	३·८०	५६·५५	३११·०४	३·९२७	७·७६९
३००० दि.	७६·८३	२१२·२५	१०९·५२	३१४·९७	२८९·०७५	१५८·९७७
५०० दि.	१३२·८०	३३५·३७	२५८·२५	५२·५०	१०८·१७९	२६·४९६
६० दि.	५९·१४	११·४४	३१८·९९	६३·९०	७०·५८२	३·१८०
·४५४ दि.	०·४५	५·५३	५·१४	५·९३	५·९८२	०·०२४
क्ष + ग.	३५९·६८	२१४·५८	१९२·९३	२३३·९०	१०४·०४२	१५८·८२१
को. १८ उप.	३५९·७	·	·	·२५	·२५१	
,, २		२१४·६०	·	१·३८	१·३७६	
,, ३			१९२·९०	१·०४	१·०४०	
,, ४				२३६·५७	१·४६०	
,, ·					१०८·१६९	१०८·१६९
,, ५					१३०	६·९९०
स्पष्टचंद्र.					१०८·२९९	

संस्कार.	उप. कोष्टक १८ चीं उपकरणें.	१०८° १८′·०
६ वा.	(द्विगुण २ रें – १ लें) = ६९°	५·३
७ वा.	(तिसरें – १ लें) = १९३	२·९
८ वा.	(४ थें – १ लें) = २३७	०·४
९ वा.	(४ थें + १ लें) = २३६	२·५
१० वा.	(द्विगुण ५ वें – ४ थें) = १३७	·७
११ वा.	द्विगुण (५ वें – २ रें) = ३०५	२·५
		१०८ ३२·३
		– १३·०
निरयनचंद्र	. . . . .	१०८ १९·३
अयनांश	. . . . .	२२ ३२.४
सायनचंद्र	. . . . .	१३० ५१.७

राहुः—चक्रशुद्धराहु ३६० अंशांतून वजा करून बाकी येईल तो राहूच भोग होतो. राहूच्या भोगांत १८०° मिळविले तर केतूचा भोग येतो उदाः—३६०° – २५८°.८२१ = १०१°.१७९ हा राहूचा भोग झाला.

चंद्र-दिनस्पष्टगतिः—१९ व्या कोष्टकांतून २ ऱ्या, ३ ऱ्या, व ४ थ्य उपकरणांनीं गतिकला आणून त्यांची बेरीज करावी म्हणजे चंद्राची इष्ट वेळे पासून पुढें ६० घटीपर्यंत गति येते. उदाहरणः—

को. १९	उप. २ रें	२१४.६	गतिफल		१०२′.५
	उप. ३ रें	१९२.९	,,		८५.३
	उप. ४ थें	२३६.६	,,		५४८.८
दिनस्पष्टगति		.	.	.	७३६.६

चंद्राचें बिंब व क्षितिजलंबनः—१९ व्या कोष्टकांतून चंद्राच्या दिनस्पष्ट गतिकला या उपकरणानें हीं दोनही मानें आणावीं.

सूर्याची दिनस्पष्टगति व बिंबः—१९ व्या कोष्टकांतून चंद्राच्या १ ल्या उपकरणानें हीं मानें आणावीं. उदाहरणः—

को. १९ उप.	७३६′.६	.	.	चंद्रबिंब	.	३०′.१
,,	,,	.	.	क्षि. लंबन	.	५५.२
,, उप.	३५९°.७	.	.	रविबिंब	.	३२.६
,,	,,	.	.	रविगति	.	६१.१

आमच्या गणिताची फ्रेंच (कोनेझाँसदेताँ) गणिताशीं तुलना.

ता. २ री जानेवारी १९०७ बुधवार.

पारीसचे दोन प्रहर.

ग्रह	ग्रंथ	सायन भोग	शर	मंदकर्ण	दिनगति	बिंब	क्षि. लंबन
सूर्य	ग्रहगणित	२८०° ५७′.७८	. . .	.९८३२	६१′.१	३२′.६	...
	फ्रेंचगणित	२८० ५७.७०	. . .	.९८३३	६१ .१	३२ .६	...
चंद्र	ग्रहगणित	१३० ५१. ७	+४५.′५	. . .	७३६.६	३० .१	५५′.२
	फ्रेंचगणित	१३० ४७. ४	+४५.७	. . .	७३५.४	३० .१	५४.९

बुधादि सप्तग्रहांची तुलना.

ग्रह	ग्रंथ	रविमध्यांतून दिसणारे			भूमध्यांतून दिसणारे			
		सायन भोग	शर	मंदकर्ण	सायन भोग	शर	दिनगति	बिं.
बुध	ग्र. ग.	२२१°४०′·८	+ ४०′·८	०·४४६५	२६३°११′·८	+ ०° १४′·७	+ ८६′·६	५″
	फ्रें. ग.	२२१ ४०·५	+ ४०·८	०·४४६५	२६३ २२·५	+ ० १४·०	८७·०	५
शुक्र	ग्र. ग.	१२० ५४·०	+ १४४·२	०·७१८४	२४२ ३३·०	+ ४ १६·४	+ २३·४	४१
	फ्रें. ग.	१२० ५५·४	+ १४४·२	०·७१८५	२४२ २१·५	+ ४ २२·५	२७·७	४१
मंगळ	ग्र. ग.	१८८ ३·०	+ ७२·५	१·६३७४	२१९ ३१·६	+ १ ६·४	+ ३९·४	६
	फ्रें. ग.	१८८ १·६	+ ७२·६	१·६३७६	२१९ ४६·५	+ १ ३·७	३६·४	६
गुरु	ग्र. ग.	९६ ११·८	− ३·१	५·१६२०	९५ १४·४	− ० ४·८	− ७·१	४६
	फ्रें. ग.	९६ २४·८	− ४·२	५·१६४०	९५ २०·८	− ० ५·२	− ७·३	४४
शनि	ग्र. ग.	३४५ २७·६	− १११·०	९·६५६०	३४० २४·०	− १ ५४·८	+ ४·१	१६
	फ्रें. ग.	३४५ ३१·२	− ११८·८	९·६५६०	३४० २१·०	− १ ५३·४	+ ४·१	१५
वरुण	ग्र. ग.	२७८ ३१·०	− ११·७	१९·४१५०	२७८ ४५·६	− ० ११·०	+ ३·६	४
	फ्रें. ग.	२७८ ३८·६	− ११·६	१९·४४८०	२७८ ४५·३	− ० १८·७	+ ३·६	४
इंद्र	ग्र. ग.	१०१ १३·८	− ५२·६	२९·९२००	१०१ १०·२	− ० ५४·२	− १·७	३
	फ्रें. ग.	१०१ १४·८	− ५२·५	२९·९३४०	१०१ १५·४	− ० ५४·३	− १·७	३

भोग व शर यावरून विषुवांश व क्रांति आणणें.

मागें गणित करून जे भोग व शर आणिले आहेत ते क्रांतिवृत्ताच्या पातळीं(Plane of the Ecliptic)च्या संबंधाचे अवच्छेदक आहेत. पण क्रांतिवृत्ताची पातळी क्षितिज पातळीवर नेहमीं चळत असते. म्हणजे या दोन पातळ्यांमधील कोन व संपात क्षणोक्षणीं बदलत असतात. त्यामुळें प्रत्यक्ष वेधावरून ग्रहांचे भोग व शर आणितां येत नाहींत. पण क्षितिजाशीं ज्याची पातळी स्थिर असते अशा विषुववृत्ताच्या पातळीच्या (Plane of the celestial Equator) संबंधाचे अवच्छेदक (Co-ordinates) जे विषुवांश व क्रांति त्यांचीं मानें मात्र वेधावरून आणितां येतात. म्हणून ग्रहगणित वेधाशीं कितपत जुळतें तें पाहण्यासाठीं विषुवांश व क्रांति आणणें जरूर आहे.

ग्रहांच्या भोगशरावरून त्यांचे विषुवकाल व क्रांति यांचीं सूक्ष्म मानें आणावयाचीं असतील तर गोलीय त्रिकोणमितीच्या सूत्राचा (Formula)

उपयोग केला पाहिजे. ती रीति ज्योतिर्गणिताच्या ३९२ पृष्ठावर दिली आहे. येथें एखाद्या कलेची कसर आली तरी चालेल असें गृहीत धरून पुढील गणितपद्धति सांगितली आहे.

ग्रहाच्या भोगांत अयनांश मिळवून सायन भोग आणावे. या उपकरणानें २० व्या व २१ व्या कोष्टकांतून **भुज व कर्ण** नांवाचे दोन गुणक आणून त्यांनीं इष्टग्रहाच्या शरास पृथक् गुणून त्याच नांवाचीं दोन फलें आणावीं.

इष्टग्रहाच्या सायन भोगास भुजफलाचा संस्कार करावा. या भुजफलसंस्कृत सायन भोगानें २२ व्या कोष्टकांतून घटिकादि **विषुवकाल** (Right Ascension) आणावा. यास ४ नीं गुणून १० नीं भागिलें तर अवरमिनिटात्मक **विषुवकाल** येतो. भुजफलसंस्कृत सायन भोगानें २३ व्या कोष्टकांतून क्रांति आणून तिला कर्णफलाचा संस्कार करावा म्हणजे **स्पष्टक्रांति** येते.

उदाहरण--गुरूचा भोग ७२ अं. ४२ क. व शर −४·८ क. आहे. तर यावरून त्याचा विषुवकाल व क्रांति आण. इष्ट दिवशीं अयनांश २२°.५४ आहेत. (९ न्या. १ पहा.) हे गुरूच्या सायन भोगांत मिळवून आला सायन गुरु ९५° १४′.४. यावरून २० व्या व २१ व्या कोष्टकांतून भुजगुणक +·०४० व कर्णगुणक १·००० असे येतात.

गुरूचा शर . .		−0°	४′·८		−0° ४′·८
गुणक . .	· भुज	+	·०४०	कर्ण .	+ १·०००
गुणाकार · .	भुजफल	−०	०·२	कर्णफल·	−० ४·८
सायन गुरु . .		९५	१४·४		
कोष्ट. २२।२३ चें उपकरण		९५	१४·२		
यावरून विषुवकाल .		१५घ.५७·१प		क्रांति ·	+२३२ १·०
		×	·४		
होरात्मक ,, . .		६हो.२२·८मि.		स्फुट क्रांति	+२३ १६·२
फ्रेंचगणित . .		६हो.२३·३मि.			+२३ १५·३

ग्रहांचे विषुवांश आणि क्रांति हीं त्यांच्या वेधांचीं मुख्य साधनें आहेत. यांच्या साहाय्यानें ग्रहाचे दैनंदिन अस्तोदयकाल, याम्योत्तर लंघनकाल, उन्नतांश, दिगंश, दिनमान इत्यादि गोष्टींचें गणित करिता येतें. ज्यांस संस्कृताचें ज्ञान आहे त्यांनीं हे विषय आमच्या ज्योतिर्गणितांत अथवा केतकीग्रह गणितांत पहावे. अथवा ज्यांस इंग्रजी भाषेचें ज्ञान आहे त्यांनीं कोणत्याही इंग्रजी Spherical Astronomy तील Transformation of Co-ordinates हें प्रकरण पहावें.

पं ांगगणित.

(Calculation of Indian Calendar.)

पंचांगगणित हा कांहीं बिकट विषय नव्हे. हें साध्या त्रैराशिकाचें काम आहे. तथापि याची माहिती फार थोड्या गृहस्थास असते. म्हणून या विषयाचें येथें थोडक्यांत विवेचन करण्याचें योजिलें आहे.

चल सूर्यापासून आरंभ करून समग्र क्रांतिवृत्ताचे ३० समान भाग केले तर प्रत्येक भाग बारा बारा अंशाचा पडतो. या भागांना क्रमानें प्रतिपदा, द्वितीया असें म्हणतात.

अचल रेवती नक्षत्रापासून आरंभ करून समग्र क्रांतिवृत्ताचे समान २७ भाग पाडिले तर एकेक भाग ८०० कलांचा होतो. यांस क्रमानें अश्विनी, भरणी असें म्हणतात.

चंद्रसूर्यांच्या भोगाचा योग म्हणजे बेरीज करून ती ३६०° पेक्षां जास्त असेल तर ३६०° त्यांतून वजा करून बाकीच्या कला करून त्या कलांस ८०० कलांनीं भागून येणाऱ्या विभागास विष्कंभ, प्रीति इत्यादि योगनामें देतात.

सूर्योदयीं चंद्र ज्या तिथिविभागांत असतो त्या तिथीचें त्या दिवसास नांव देतात. आणि सूर्योदयानंतर ज्या वेळीं चंद्र तो तिथिविभाग ओलांडून पुढील विभागांत शिरतो त्या वेळीं ती तिथि संपली असें म्हणतात.

नक्षत्रें आणि योग यांचाही असाच प्रकार आहे.

जेव्हां सायनयोग १८०° किंवा ३६०° होतो तेव्हां **महापात** नामक सूर्यचंद्रांचें क्रांतिसाम्य होण्याचा संधि असतो. हाशि ाय इतर गणितात योगाचा उपयोग होत नाहीं.

मुहूर्त पाहणाऱ्यांस मात्र या तीन गोष्टी अत्यावश्यक असतात. करण म्हणजे तिथीचें अर्ध. म्हणून एका चांद्रमासांत साठ करणें असतात.

तिथिसमाप्तिकाल—सूर्योदयकालीन स्पष्ट चंद्रांतून स्पष्ट रवि वजा करून बाकीच्या अंशास १२ नीं भागून येणाऱ्या भागाकाराइतक्या गततिथि होतात. बाकी राहील तो चालू तिथीचा भुक्तांश होतो. भुक्तांश १२ अंशांतून वजा करून भोग्यांश आणून त्याच्या कला कराव्या. मग चंद्रसूर्याच्या दिनस्पष्ट

गतीचें अंतर करावें. नंतर इतकें अंतर वाढण्यास जर ६० घटिका लागतात तर भोग्यांशाइतकें अंतर वाढण्यास किती घटिका लागतील ? या त्रैराशिकावरून येणाऱ्या कालीं सूर्योदयीं चालू असणारी तिथि समाप्त झाली पाहिजे हें उघड आहे.

नक्षत्रसमाप्तिकाल--सूर्योदयकालीन स्पष्ट चंद्राच्या कला करून त्यांना ८०० कलांनीं भागून येणारा भागाकार गत नक्षत्रें होतो. बाकी राहिलेल्या कला ८०० कलांत वजा करून भोग्य कला आणाव्या, नंतर चंद्राच्या दिनगतीइतकें नक्षत्र वाढण्यास ६० घटिका लागतात तर भोग्य कला इतकें नक्षत्र वाढण्यास किती घटिका ? या रीतीनें चाल नक्षत्र समाप्ति काल आणावा.

योगसमाप्तिकालः-हाही असाच आणावा. सूर्यचंद्रांच्या औदयिक भोगांची बेरीज करून बेरजेच्या कलांना ८०० कलांनीं भागून गतयोग आणावा. व बाकी राहिलेल्या कला ८०० तून वजा करून भोग्यकला आणाव्या. मग सूर्यचंद्रांच्या दिनगतीच्या बेरजे इतका योग वाढण्यास जर ६० घटिका लागतात तर भोग्यकला इतक्या योगवृद्धीस किती? या त्रैराशिकानें योगसमाप्तिकाल आणावा.

सूर्योदयापूर्वी ७।८ घटिका तिथि समाप्त झाली असेल तर भुक्तांशावरून त्रैराशिकानें घटिका आणून त्या सूर्योदयांतून म्हणजे साठ घटिकांतून वजा कराव्या म्हणजे भुक्ततिथि समाप्तिकाल येतो. नक्षत्र व योग यांनांही हाच प्रकार लागू आहे.

याप्रमाणें सूर्योदयकालांत मिळविण्याच्या घटिकांना **पराख्य** संस्कार म्हणतात.

सबंध वर्षाचें पंचांग तयार करावयाचें असेल तर तें काम आमच्या **वैजयंती** पुस्तकावरून करावें. त्यांतील सर्व काम नुसत्या बेरजेनें होतें.

उदाहरण. शके १८२८ पौष वद्य २ या बुधवारीं तिथ्यादिकांचें गणित कर. चंद्रगणिताच्या उदाहरणांत इष्टकाल ·४५४ दि. धरून गणित केलें आहे, त्यांतून ·४५४ दिनांशाची गति वजा केली म्हणजे प्रातःकालीन मध्यम मानें येतात. त्यावरून स्पष्ट रविचंद्र आणून दाखवितों. पान २५ पहा.

वेळ.	रवि.	१ उप.	२ उप.	३ उप.	४ उप.	चंद्र.	च. राहु.
दि.							
·४५८	२५८°·४३	३५९°·७०	२१४°·६०	१९२°·९०	२३३°·९	१०४°·०४	२५८·८२
−·४५४	− ·४५	− ·४०	−५·५०	−५·१०	−५·९	−५·९८	− ·०२
·०००	२५७·९८	३५९·३०	२०९·१०	१८७·८०	२२८·०	९८·०६	२५८·८०
को.१८		·२५	१·३२	१·१३	२·७	२·७०	
		३५९· ३	२०९· १	१८७· ८	२३०·७	१·८६	
को. १९	−०·०२	६१′· १	१०५′· १	८४′· ९	५११′·२	१०२·६२	१०२·६२
						·१५	१·४२
प्रातः	५७·९६	रविगति	७०९′·२ चंद्रगति			१०२·७७	५ वे. उप.

तिथ्यंत गणितः--स्पष्टचंद्र १०° ४६′ यांतून स्पष्ट रवि २५७°·५८′ वजा करून बाकी २०४° ४८′ येते. इला १२ नीं भागून १७ ही गत तिथि झाली आणि १८ व्या तिथीच्या फक्त ४८′ भोगल्या आहेत. आणि ७२०′−४८′ = ६७२′ भोगावयाच्या आहेत, चंद्रसूर्यांचें गत्यंतर ७०९′·२ − ६१′·१ = ६४८′·१ आहे. यावरून दिसतें कीं, बुधवारीं सूर्योदयापूर्वीं सुमारें ४ घटिका १७ वी तिथि पूर्ण झाली. आणि १८ वी तिथि बुधवारीं न संपतां गुरुवारीं सुमारें ३ घटिकांनीं संपते. म्हणजे १८ वी तिथि वाढली आहे. म्हणून १७ वी तिथि सूर्योदयापूर्वीं केव्हां संपली तें काढणें बरें.

म्हणून ६४८′·१ : −४८′·० :: ६० घ. : − ४६ घ. २७ प.

यावरून ६० घ. − ४ घ. २७ प = ५५ घ. ३३ प. या वेळीं मंगळवारीं पौष वदि **२ या** ही तिथि समाप्त झाली असें समजतें.

नक्षत्रः—चंद्राचा भोग १०° ४६′ = ६१६६′ यांस ८००′ नीं भागून गत नक्षत्र ७ वें येतें, बाकी ५६६′ या ८ व्या नक्षत्राच्या भुक्तकला झाल्या. आणि २३४′ या भोग्य आहेत. म्हणून २३४′×६० घ. ÷ ७०९′ = १९ घ. ४७ प. बुधवारीं ८ वें **पुष्य** नक्षत्र संपतें.

योगः—सूर्यचंद्राच्या भोगाची बेरीज ०° ४४′ आहे. यावरून वैधृति (शेवटला) योग सूर्योदयापूर्वीं नुकताच संपला होता, म्हणून ती वेळ काढणें तर ४४′ × ६० ÷ ८००′ = ३ घ. १८ प. ही ६० घ. यांतून वजा करून ५६ घ. ४२ प. मंगळवारीं **वैधृति** योग संपला असें सिद्ध होतें.

चंद्रग्रहण.

पंचांगामध्यें दर पूर्णिमेस प्रातःकालचे सूर्य आणि राहु यांचे भोग दिले असतात. राहूमध्यें १८० अंश मिळविले म्हणजे केतूचा भोग होतो. सूर्य आणि त्याच्याजवळ असणारा राहु किंवा केतु यांच्यामध्यें अंतर १३ अंशांपक्षां कमी असेल तर ग्रहणाचा संभव मात्र असतो. पण ९ अंशांपेक्षां कमी असेल तर ग्रहण खचित होतें असें समजावें.

संभव असेल तर चंद्रगणितांत सांगितल्या रीतीनें पूर्णिमांताच्या जवळच्या पूर्ण घटकेचीं पुढील मानें आणावीं. १ लें उपकरण रविमंदकेंद्र असतें म्हणून त्यावरूनच सूर्याचें मंदफल गति, बिंब वगैरे मानें साधावीं.

स्पष्टसूर्य	स्पष्टचंद्र
सूर्यदिनगति	चंद्रदिनगति
सूर्यबिंब	चंद्रबिंब
राहु	चंद्रक्षितिजलंबन.
अयनांश	

पूर्णिमांत समयः-स्पष्टसूर्यांत १८० अंश मिळविले म्हणजे **भूभा**भोग येतो. भूभा म्हणजे भूच्छाया. भूच्छायेंत चंद्र शिरतो म्हणून चंद्रास ग्रहण लागतें हें ध्यानांत ठेवावें. भूभा आणि स्पष्टचंद्र यांच्या अंतराच्या कलांस ६० नीं गुणून गुणाकारास सूर्यचंद्रांच्या दिनगत्यंतरकलांनीं भागून घटिकादि चालन संस्कार आणावा. चंद्रापेक्षां भूभाभोग जास्त असेल तर चालन धन, कमी असेल तर ऋण समजून गणित ज्या घटिकेचें असेल त्या घटिकेला चालनाचा संस्कार करावा म्हणजे पूर्णिमांतसमय येतो.

दिनगतीच्या साहाय्यानें पूर्णिमांतींचा सूर्य आणून त्यांत १८० अंश मिळवावे म्हणजे पूर्णिमांतींचा चंद्र येतो. या चंद्रांत चक्रशुद्ध राहु आणि ०°.१५ मिळवून येणाऱ्या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून चंद्राचा शर आणून तो आपल्या ३४ व्या हिशानें लहान करावा. म्हणजे आकर्षणस्पष्ट चंद्रशर येतो[1].

चंद्रशराची घटीगतिः—चंद्रदिनगतीला ६६७ नीं भागिले म्हणजे कलादि घटीगति येते. ग्रहण राहु सन्निध असेल तर ही गति धन म्हणजे उत्तर, केतु सन्निध असेल तर ऋण म्हणजे दक्षिण असते. ग्रहणपरिलेख काढतांना

(१) वा शर्वरीश ग्रहणप्रसंगे शरः स्ववेदाग्नि (३४) लवोनितःसन्
स्पष्टो भवेत् तद्व्यतिरिक्त काले स्पष्टः शरः पूर्ववदेव साध्यः ॥

—केतकी.

पूर्णिमांत समयाच्या पुढील आणि मागील पांच पांच घटिकांस चंद्रशराची जरूरी लागते. म्हणून ५ घटिकांची शरगति आणून तिचा पूर्णिमांतींच्या चंद्रशराला संस्कार करावा. म्हणजे त्या त्या वेळचे चंद्रशर येतात.

ग्रहणमध्यकालः--चंद्रापासून जवळच्या राहु किंवा केतु संपातापर्यंत जें अंशात्मक अंतर त्याच्या दुपटीइतक्या फळांस **पर्व संस्कार** म्हणतात. संपात चंद्राच्यापुढें असेल तर पर्वसंस्कार धन, मागें असेल तर ऋण समजून त्यांचा पूर्णिमांतकालाला संस्कार करावा म्हणजे ग्रहणमध्यकाल येतो.

मग पुढील समीकरणसूत्राप्रमाणें गणित करून स्पर्श संमीलन इत्यादि काल आणावे.

$$\text{भूभाबिंब} = \frac{५१}{५०}\left(\text{द्विगुणचंद्रक्षितिजलंबन} - \text{सूर्यबिंब}\right)$$

$$\text{मानैक्यखंड} = \frac{१}{२}\left(\text{भूभाबिंब} + \text{चंद्राबिंब}\right)$$

$$\text{मानांतरखंड} = \frac{१}{२}\left(\text{भूभाबिंब} - \text{चंद्राबिंब}\right)$$

$$\text{ग्रास} = \left(\text{मानैक्यखंड} - \text{चंद्रशर}\right)$$

$$\text{खग्रास} = \left(\text{मानांतरखंड} - \text{चंद्रशर}\right)$$

$$\text{ग्रहणस्थितिघटी} = \sqrt{\left(\text{मानैक्यखंड}^{२} + \text{चंद्रशर}^{२}\right)} \times \frac{६०}{\text{दिनगत्यंतर}}$$

$$\text{मर्दस्थितिघटी} = \sqrt{\left(\text{मानांतरखंड}^{२} + \text{चंद्रशर}^{२}\right)} \times \frac{६०}{\text{दिनगत्यंतर}}$$

ग्रहणमध्यकाल − ग्रहणस्थिति = स्पर्शकाल

ग्रहणमध्यकाल − मर्दस्थिति = संमीलनकाल

ग्रहणमध्यकाल . . . = ग्रहणमध्यकाल

ग्रहणमध्यकाल + मर्दस्थिति = उन्मीलनकाल

ग्रहणमध्यकाल + ग्रहणस्थिति = मोक्षकाल

ग्रास आणि बिंब यांचीं मानें अंगुलात्मक सांगण्याची प्राचीन ग्रंथकारांची वहिवाट आहे. त्याप्रमाणें तीन कलांचें एक अंगुल होतें. (त्रिकलमंगुलमत्र कल्प्यम्)

ग्रहणस्थितीच्या दुपटीस पर्वकाल म्हणतात.

शर उत्तर असेल तर चंद्रबिंबाच्या दक्षिणेकडे ग्रास होतो. दक्षिण असेल तर उत्तरेकडे ग्रास होतो.

स्पर्शमोक्षस्थान गणित.

चंद्राच्या मध्यबिंदूपासून उत्तर ध्रुवापर्यंत एक कंस नेला तर तो चंद्राच्या परिघास ज्या बिंदूंत छेदितो तो बिंदु उत्तरबिंदु समजून चंद्रबिंबावर स्पर्शमोक्ष कोठें होतील तें काढण्याची रीति पुढें सांगणार आहों.

अयनवलनः--सायनचंद्रांत ९° अंश मिळवून येणाऱ्या उपकरणापासून २३ व्या कोष्टकांतून क्रांति आणून तिला अयनवलन (Angle of position) म्हणावें.

विक्षेपवलनः--हें नेहमीं पांच अंश असतें. ग्रहण राहुसन्निध असेल तर तें धन असतें; पण केतुसन्निध असेल तर ऋण असतें.

स्पर्शमोक्षांशः--शरास चिन्ह नाहीं असें मानून त्याला १०० नीं गुणून गुणाकारास मानैक्यखंडानें भागावें. या भागाकाराला उपकरण समजून पुढील कोष्टकांतून स्पर्शमोक्षस्थानांश आणावे.

उप	उत्तरशर असेल तर		दक्षिणशर असेल तर	
	स्पर्श	मोक्ष	स्पर्श.	मोक्ष.
	अं.	अं.	अं.	अं.
०	− ९०	+ ९०	− ९०	+ ९०
१०	९६	९६	८४	८४
२०	१०२	१०२	७८	७८
३०	१०८	१०८	७२	७२
४०	११४	११४	६६	६६
५०	१२०	१२०	६०	६०
६०	१२८	१२८	५२	५२
७०	१३५	१३५	४५	४५
८०	१४४	१४४	३६	३६
९०	१५३	१५३	२७	२७
९५	१६२	१६२	१८	१८
१००	−१८०	+ १८०	− ०	०

मग स्पर्शमोक्षस्थानें पुढील रीतीनें आणावीं.

स्पर्शांश + अयनवलन + विक्षेपवलन = स्पर्शस्थान.

मोक्षांश + अयनवलन + विक्षेपवलन = मोक्षस्थान.

याप्रमाणें आलेलीं स्थानें ऋण असतील तर चंद्राच्या बिंबाच्या उत्तर

बिंदूपासून पूर्वेकडे बिंबपरिघावर अंश माजून चिन्ह करावें. पण धन असतील तर पश्चिमेकडे मोजून चिन्ह करावें.

उदाहरणः—शके १८३५ भाद्रपद शुक्ल १५ सोमवारीं प्रातर्गताहर्गण ६००८ ता० १५ सप्टेंबर १९१३ या दिवशीं झालेल्या ग्रस्तोदय चंद्रग्रहणाचें गणित कर. या दिवशीं अयनांश २२ । ३८ । १२ आहेत. केतकी पंचांगांतील पौर्णिमांत काल २९ घ. ३४ प. हा उज्जयिनी रेषेवरचा आहे. आतां इष्टकाल ३० घटी = ·५ दि. समजून आपण गणित करूं.

चंद्रग्रहणार्थ सूर्यचंद्रानयन—न्यास ५.

विवरण.	सूर्य.	१ लें उप.	२ रें उप.	३ रें उप.	४ थें उप.	चंद्र.	च. शु. राहु
(को.१७)	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
क्षे.१८००	३४९·०८७	९०·४०	६·१९	१६४·४८	२०५·५६	३४६·२९७	६२·३७५
चक्र १	·१२७	·०६	३·८०	५६·५५	३११·०४	३·९२७	७·७६१
दि ६०००	१५३·६५५	१५३·६५	६४·४९	२१९·०३	२६९·९५	२१८·१५०	३१७·९५६
८	७·८८५	७·८८	९७·५३	९०·५३	१०४·५२	१०५·४११	०·४२४
०·५	·४९३	·५०	६·२०	५·६६	६·५३	६·५८८	०·०२६
क्षे + गति	१५१·२४७	२५२·४९	१७८·२१	१७६·२५	१७७·६०	३२०·३७३	२८·५५०
को. १८		(+ ·४३	+ ·७६	+ १·३८	= २·५७	२·५७०	
					१८०·१७	६·४८०	
		७१०·५ =	(११५′·२	+८४′·५	+५१०′·८	३२९·४२३	३२·९४२३
रविफल	- १·८२०	रविगति	रविबिंब	चंद्रबिंब	चं. लंबन	·१५०	३५७·९७३
स्प. रवि	१४९·४२७	५८′·५	३१′·८	२९′·६	५४′·२	३२९·५७३	५ वें उप.

संस्कार	उपको. १८ ची उपकरणीं		
		३२९°	३४′·२
६ वा .	(द्विगुण २ रें - १ लें) = १०४°	.	५·५
७ वा .	(३ रें - १ लें) = २८४	.	०·३
८ वा .	(४ थें - १ लें) = २८८	.	०·२
९ वा .	(४ थें + १ लें) = १९२	.	१·८
१० वा .	(द्विगुण ५ वें - ४ थें) = १७६	.	१·४
११ वा .	द्विगुण (५ वें - २ रें) = ९		१·५
		३२९	४४·९
		-	१३·०
सर्व संस्कारयुक्त चंद्र	. . . . .	३२९	३१·९

वरील न्यासांत १ लें उपकरण २५१°·४९ आहे. हेंच सूर्याचें मंदकेंद्र आहे. म्हणून यानें ७ व्या कोष्टकांतून रविमंदफल – १°·८२० आणिलें आहे. आणि १९ व्या कोष्टकांतून रविगति ५८′·५ आणि रविबिंब ३१′·८ हीं आणिलीं आहेत.

त्याचप्रमाणें ७१०′·२ या चंद्रदिनगति उपकरणानें चंद्राचें बिंब २९′·६ आणि लंबन ५४′·२ हीं आणिलीं आहेत.

गणिताचा सारांश.

स्पष्टसूर्य	१४९°	२५′·६	स्पष्टचंद्र	३२९°	३१′·९
सूर्यदिनगति		५८·५	चंद्रदिनगति		७१०·५
सूर्यबिंब		३१·८	चंद्रबिंब		२९·६
राहु	३३१	२७·०	चंद्रक्षितिजलंबन		५४·२
अयनांश	२२	३८·२	चंद्रशरपंचघटीगति	+	५·३

चंद्रसूर्योच्या दिनगत्यंतराचा द्वादशांश = (७१०′·५ – ५८′·५) ÷ १२ = ५४·३

पूर्णिमांतसमयः––स्पष्टसूर्य १४९° २५′·६ + १८०° = ३२९° २५′·६ ही भूभा झाली. स्पष्टचंद्र ३२९° ३१′·९ आहे. याचें अंतर ६′·३ आहे. (चंद्रगति – सूर्यगति) = (७१०′·५ – ५८′·५) = ६५२′, हें दिनगत्यंतर झालें. ६′·३ × ३६०० पळें ÷ ६५२′ = ३३ पळें हा **चालन**संस्कार झाला. भूभा चंद्रापेक्षां कमी आहे म्हणून हा ऋण.

वरील गणित ३० घटिकांचें आहे. म्हणून ३० घ. उणीं ३३ पळें = २९ घ. २७ प. हा **पूर्णिमांत**काल झाला.

चंद्रशरः––या वेळचा सूर्य ३३ पळाचें ऋण चालन दिलें तर १४९° २५′ येतो. १८०° मिळवून ३२९° २५′ हा चंद्र झाला. यांत चक्रशुद्ध राहु २८° ३३′ आणि ०°·१५ म्हणजे ९′ मिळवून ३५८° ७′ हें चंद्रशराचें उपकरण झालें. यावरून १८ व्या कोष्टकांतून **चंद्रशर** काढिला तर तो दक्षिण – १०′·९ येतो.

हा आपल्या ३४ व्या हिशानें कमी करून – १०′·६ हा **आकर्षणस्पष्ट** चंद्रशर झाला.

चंद्रशराची घटीगतिः—चंद्रदिनगति ७५०′·५ ÷ ६६७ = १′·०६५. ग्रहण राहुसंनिध आहे. म्हणून ही घटीगति धन आहे. म्हणून चंद्रशरः–

– १०′·६ – (१′·०६५ × ५) = – १५′·३ पूर्णिमांतापूर्वी ५ घटिकेस

– १०′·६ + (१′·०६५ × ५) = – ५′·३ पूर्णिमांतानंतर ५ घटिकेस.

ग्रहणमध्यकालः––राहु चंद्राच्यापुढें २ अंश आहे म्हणून **पर्वसंस्कार** + ४ पळें हीं पूर्णिमांतांत मिळवून २९ घ. ३१ प. हा **ग्रहणमध्यकाल** झाला.

स्पर्शादिकालार्थ उपकरणीं.

भूभाबिंब $= \frac{\text{५१}}{\text{५२}} (\text{५४}'.\text{२} \times \text{२} - \text{३१}'.\text{८})$ . . . ७८′.१

मानैक्यखंड $= \frac{\text{१}}{\text{२}} (\text{७८}'.\text{१} + \text{२९}'.\text{६})$ . . . ५३.८

मानांतरखंड $= \frac{\text{१}}{\text{२}} (\text{७८}'.\text{१} - \text{२९}'.\text{६})$ . . . २४.२

ग्रास $= (\text{५३}'.\text{८} - \text{१०}'.\text{६})$ . . . ४३.२

खग्रास $= (\text{२४}'.\text{२} - \text{१०}'.\text{६})$ . . . १३.७

ग्रहणस्थिति $= \sqrt{\{(\text{७८}'.\text{१})^{\text{२}} + (-\text{१०}'.\text{६})^{\text{२}}\}} \frac{\text{६०}}{\text{६५२}} =$ ४ घ. ५१ प.

मर्दस्थिति $= \sqrt{\{(\text{२४}'.\text{२}) + (-\text{१०}'.\text{६})^{\text{२}}\}} \frac{\text{६०}}{\text{६५२}} =$ २ घ. ० प.

स्पर्शादिकाल.

स्पर्श = (२९ घ. ३१ प.) − (४ घ. ५१ प.) = २४ घ. ४० प.
संमीलन = (२९ घ. ३१ प.) − (२ घ. ० प.) = २७ घ. ३१ प.
मध्य = (२९ घ. ३१ प.) . . . = २९ घ. ३१ प.
उन्मीलन = (२९ घ. ३१ प.) + (२ घ. ० प.) = ३१ घ. ३१ प.
मोक्ष = (२९ घ. ३१ प.) + (४ घ. ५१ प.) = ३४ घ. ५१ प.

स्टँडर्डटाइमप्रमाणें स्पर्शादिकाल काढणें.

स्पर्शादिकांचीं जीं वर घटिका पळें आलीं आहेत तीं उज्जयनीच्या मध्यमसूर्यापासून आहेत. त्यांस अवर मिनिटाचें रूप देऊन त्यांत ६ अ. २७ मि. मिळवावीं म्हणजे स्टँडर्डटाइम येतें.

उदाहरणः—ग्रहणमध्यकाल २९ घ. ३१ प. = ११ अ. ४८ मि. यांत ६ अ. २७ मि. मिळवून १८ अ. १५ मि. म्हणजे सायंकालचे ६ अ. १५ मि. हा स्टँडर्डटाइमप्रमाणें ग्रहणमध्यकाळ झाला. ग्रहणस्थिति ४ घ. ५१ प. = १ अ. ५६ मि. आणि मर्दस्थिति २ घ. = ४८ मि. होतात. म्हणून पूर्वोक्ति रीतीनें:—

चंद्रग्रहणः— ता. ६ सप्टेंबर १९१३ स्टँडर्डटाइम

ग्रंथ	स्पर्श		संमीलन		मध्य		उन्मीलन		मोक्ष	
-	अ.	मि.	अ.	मि.	अ.	मि.	अ.	मि.	अ.	मि.
.	६	१५	६	१५	६	१५	६	१५	६	१५
- −	१	५६	−	४८	-	-	+	४८	+ १	५६
ग्रहगणित	४	१९	५	२७	६	१५	७	३	८	११
फ्रेंचगणित	४	२३	५	३२	६	१९	७	६	८	१४
अंतर	−	४	−	५	−	४	−	३	−	३

स्पर्शमोक्षस्थानें.

(अंशात्मक)

अयनवलनः--स्पष्टचंद्र ३२९° २५′ + अयनांश २२° ३८′ + ९०° = ८२° ३ या उपकरणानें २३ व्या कोष्टकांतून क्रांति + २३° आली. हेंच अयनवलन झालें.

विक्षेपवलनः--हें राहुसंनिधग्रहण आहे म्हणून + ५° हें विक्षेपवलन झालें.

स्पर्शमोक्षांशः--चंद्रशर १०′·५ × १०० ÷ ५३′ ८ = १९ या उपकरणा-वरून स्पर्शांश − ७८° आणि मोक्षांश + ७८° येतात.

स्पर्शस्थान = − ७८° + २३° + ५° = − ५०° उत्तरबिंदूपासून पूर्वेकडे

मोक्षस्थान = + ७८ + २३ + ५ = + १०६ " पश्चिमेकडे

यावरून असें समजतें कीं, चंद्राच्या ध्रुवाभिमुख उत्तर बिंदूपासून पूर्वेकडे बिंबपरिघावर ५० अंशस्थानीं ग्रहणाचा स्पर्श होतो आणि पश्चिमेकडे १०६ अंशस्थानीं ग्रहणाचा मोक्ष होतो.

(**अंगुलात्मक**)-स्थानांशास ११ नीं भागून येणारी संख्या भारतीय पद्ध-तींचीं स्थानांगुलें होतात, मग चंद्रबिंबाच्या उत्तर बिंदूपासून परिघावर समान ३२ भाग करावे म्हणजे परिघाचें अंगुलात्मक माप येतें. त्यावर अंगुलात्मक स्थाननिर्देश करावा. प्रकृत उदाहणांत ५० व १०६ यांस ११ नीं भागून ४·५ आणि ९.६ हीं अनुक्रमें अंगुलात्मक स्पर्शमोक्षस्थानें येतात.

चंद्रग्रहणाचा परिलेख.

ग्रहणमध्यकालीं दिसणाऱ्या ग्रासाची आकृति काढणें. स्पर्शमोक्षादिस्थानें चंद्रबिंबावर दाखविणें याला चंद्रग्रहणाचें परिलेखन म्हणतात. हा भाग उपपत्ति प्रकरणांत सविस्तर व समंजस रीतीनें सांगितला आहे. तो पहावा.

भाग १ ला समाप्त.

कोष्टक १.

ग्रहांचीं मध्यम स्थानें.

उपकरण=चक्रें व अहर्गण.

क्षेपक—उज्जयिनी शके १८०० चैत्र शुक्ल १ पद्दा मध्यमसूर्योदयीं ग्रहांचीं स्थानें.

शा. श.	रवि	बुध	शुक्र	मंगळ	गुरु	शनि	वरुण	इंद्र
वर्ष	अंश.	अंश	अंश	अंश	अंश	अंश	अंश	अंश
१८००	३४९·०८७	५२·५०	१९५·४७	६९·२०	२७५·६७	३३८·३५	१२७·७५	१५·०८
Cycles.	चक्रांतील मध्यम गति.							
चक्र								
१	·१२७	३२०·८३	३१८·७१	३६·७१	२१६·६५	२३२·२१	८१·४१	४१·५१
२	·२५५	२८१·६७	२७७·५७	७३·५८	७३·३१	१०४·४२	१६२·८२	८३·०३
३	·३८२	२४२·५०	२३६·३६	११०·३६	२८९·९६	३३६·६३	२४४·२४	१२४·५४
४	·५१०	२०३·३३	१९५·१४	१४७·१५	१४६·६१	२०८·८४	३२५·६५	१६६·०६
५	·६३७	१६४·१६	१५३·९३	१८३·९४	३·२७	८१·०५	४७·०६	२०७·५७
६	·७६५	१२५·००	११२·७१	२२०·७३	२११·९२	३१३·२६	१२८·४७	२४९·०९
७	·८९२	८५·८३	७१·५०	२५७·५१	७६·५७	१८५·४७	२०९·८८	२९०·६०
८	१·०१९	४६·६६	३०·२९	२९४·३०	२९३·२२	५७·६८	२९१·२९	३३२·१२
९	१·१४७	७·४९	३४९·०७	३३१·०९	१४९·८८	२८९·८९	१२·७१	१३·६३
१०	१·२७४	३२८·३३	३०७·८६	७·८८	६·५३	१६२·१०	९४·१२	५५·१५
२०	२·५४८	२९६·६५	२५५·७१	१५·७५	१३·०६	३२४·२१	१८८·२३	११०·२९
३०	३·८२३	२६४·९८	२०३·५७	२३·६३	१९·५९	१२६·३१	२८२·३५	१६५·४४
४०	५·०९७	२३३·३१	१५१·४३	३१·५१	२६·१२	२८८·४१	१६·४७	२२०·५९
५०	६·३७१	२०१·६३	९९·२८	३९·३८	३२·६५	९०·५१	११०·५९	२७५·७४
Days.	अहर्गणांतलि मध्यम गति.							
अहर्गण								
१	·९८६	४·०९	१·६०	०·५२	०·०८	०·०३	०·०१	०·०१
२	१·९७१	८·१८	३·२०	१·०५	·१७	·०७	·०२	·०१
३	२·९५७	१२·२८	४·८१	१·५७	·२५	·१०	·०४	·०२
४	३·९४२	१६·३७	६·४१	२·१०	·३३	·१३	·०५	·०२
५	४·९२८	२०·४६	८·०१	२·६२	·४२	·१७	·०६	·०३
६	५·९१४	२४·५५	९·६१	३·१४	·५०	·२०	·०७	·०४
७	६·८९९	२८·६५	११·२१	३·६७	·५८	·२३	·०८	·०४
८	७·८८५	३२·७४	१२·८२	४·१९	·६६	·२७	·०९	·०५
९	८·८७०	३६·८३	१४·४२	४·७२	०·७५	०·३०	०·११	·०५
Arg.	Snn	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 1. Arg.=Cycles and Days, Epochs and Mean Motions.

कोष्टक १.

उपकरण = अहर्गण.

उपक.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.
अहर्गण	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१०	९.८५६	४०.९२	१६.०२	५.२४	०.८३	०.३३	००.१२	०.०६
२०	१९.७१२	८१.८५	३२.०४	१०.४८	१.६६	०.६७	.२३	.१२
३०	२९.५६८	१२२.७७	४८.०६	१५.७२	२.२९	१.००	.३५	.१८
४०	३९.४२४	१६३.६९	६४.०९	२०.९६	३.३२	१.३४	.४७	.२४
५०	४९.२८०	२०४.६२	८०.११	२६.२०	४.१५	१.६७	.५९	.३०
६०	५९.१३७	२४५.५४	९६.१३	३१.४४	४.९२	२.०१	.७०	.३६
७०	६८.९९३	२८६.४६	११२.१५	३६.६८	५.८२	२.३४	.८२	.४२
८०	७८.८४९	३२७.३९	१२८.१७	४१.९२	६.६५	२.६८	.९४	.४८
९०	८८.७०५	८.३१	१४४.१९	४७.१६	७.४८	३.०१	१.०६	.५४
१००	९८.५६१	४९.२३	१६०.२१	५२.४०	८.३१	३.३५	१.१७	.६०
२००	१९७.१२२	९८.४७	३२०.४३	१०४.८१	१६.६२	६.६९	२.३५	१.२०
३००	२९५.६८३	१४७.७०	१२०.६४	१५७.२१	२४.९३	१०.०४	३.५२	१.७९
४००	३४.२४४	१९६.९४	२८०.८५	२०९.६१	३३.२४	१३.३८	४.६९	२.३९
५००	१३२.८०५	२४६.१७	८१.०६	२६२.०२	४१.५५	१६.७३	५.८७	२.९९
६००	२३१.३६५	२९५.४०	२४१.२८	३१४.४२	४९.८५	२०.०८	७.०४	३.५९
७००	३२९.९२६	३४४.६४	४१.४९	६.८२	५८.१६	२३.४२	८.२१	४.१९
८००	६८.४८७	३३.८७	२०१.७०	५९.२३	६६.४७	२६.७७	९.३८	४.७९
९००	१६७.०४८	८३.११	१.९२	१११.६३	७४.७८	३०.११	१०.५६	५.३८
१०००	२६५.६०९	१३२.३४	१६२.१३	१६४.०३	८३.०९	३३.४६	११.७३	५.९८
२०००	१७१.२१८	२६४.६८	३२४.२६	३२८.०७	१६६.१८	६६.९२	२३.४६	११.९६
३०००	७६.८२८	३७.०२	१२६.३९	१३२.१०	२४९.२७	१००.३८	३५.१९	१७.९५
४०००	३४२.४३७	१६९.३६	२८८.५२	२९६.१३	३३२.३६	१३३.८४	४६.९२	२३.९३
५०००	२४८.०४६	३०१.६९	९०.६५	१००.१६	५५.४६	१६७.३०	५८.६५	२९.९१
६०००	१५३.६५५	७४.०३	२५२.७८	२६४.२०	१३८.५५	२००.७६	७०.३८	३५.८९
१३	१२.८१३	५३.२०	२०.८३	६.८१	१.०८	.४३	.१५	.०८
१४	१३.७९९	५७.२९	२२.४३	७.३४	१.१६	.४७	.१६	.०८
१५	१४.७८४	६१.३९	२४.०३	७.८६	१.२५	.५०	.१८	.०९
१६	१५.७७०	६५.४८	२५.६३	८.३८	१.३३	.५४	.१९	.१०
Arg	Sun	Merc.	Venus	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 1. Arg. = Days elapsed. Mean Motions of the planets.

कोष्टक २.

गुरु व शनि यांचा मोठा आकर्षणसंस्कार.

उपकरण = शालिवाहनशक वर्षे.

उप. शा. श.	गुरूचा	शनीचा	उप. शा. श.	गुरूचा	शनीचा	उप. शा. श.	गुरूचा	शनीचा
वर्ष.	अं.	अं.	वर्ष.	अं.	अं.	वर्ष.	अं.	अ.
१४८०	+ ·००	− ·००	१७९०	+ ·२९	− ·६९	२१००	− ·३१	+ ·७३
९०	·०२	·०६	१८००	·२८	·६५	१०	·३२	·७५
१५००	·०५	·१२	१०	·२६	·६२	२०	·३३	·७७
१०	·०७	·१७	२०	·२५	·५८	३०	·३४	·७८
२०	·१०	·२२	३०	·२३	·५४	४०	·३४	·८०
३०	·१२	·२८	४०	·२१	·५०	५०	·३४	·८१
४०	·१४	·३२	५०	·१९	·४६	६०	·३५	·८१
५०	·१६	·३८	६०	·१७	·४१	७०	·३५	·८१
६०	·१८	·४३	७०	·१५	·३६	८०	·३५	·८१
७०	·२०	·४७	८०	·१३	·३१	९०	·३४	·८०
१५८०	·२२	·५२	१८९०	·११	·२६	२२००	·३४	·८०
९०	·२४	·५६	१९००	·०९	·२१	१०	·३३	·७८
१६००	·२६	·६०	१०	·०६	·१५	२०	·३३	·७७
१०	·२७	·६३	२०	·०४	·१०	३०	·३३	·७५
२०	·२८	·६७	३९	+ ·०२	− ·०४	४०	·३१	·७२
३०	·३०	·७०	४०	·००	·००	५०	·३०	·६९
४०	·३१	·७२	५०	− ·०३	+ ·०७	६०	·२८	·६६
५०	·३२	·७५	६०	·०५	·१३	७०	·२७	·६३
६०	·३३	·७७	७०	·०८	·१८	८०	·२५	·५९
७०	·३३	·७८	८०	·०९	·२४	९०	·२४	·५५
१६८०	·३४	·८०	१९९०	·१२	·२७	२३००	·२२	·५१
९०	·३४	·८०	२०००	·१४	·३४	१०	·२०	·४७
१७००	·३५	·८१	१०	·१६	·३९	२०	·१८	·४२
१०	·३५	·८१	२०	·१९	·४४	३०	·१६	·३७
२०	·३४	·८१	३०	·२१	·४८	४०	·१४	·३२
३०	·३४	·८०	४०	·२२	·५३	५०	·१२	·२७
४०	·३४	·७९	५०	·२४	·५७	६०	·०९	·२२
५०	·३३	·७८	६०	·२६	·६१	७०	·०७	·१६
६०	·३२	·७६	७०	·२७	·६४	८०	·०५	·११
७०	·३२	·७४	८०	·२९	·६७	९०	·०२	·०६
१७८०	+ ·३०	− ·७१	२०९०	− ·३०	+ ·७१	२४००	− ·००	+ ·००
Arg.	Jup.	Sat.	Arg.	Jup.	Sat.	Arg.	Jup.	Sat.

Table 2. Arg=Shaka Years; The Great Inequality of Jupiter and Saturn.

कोष्टक ३.

गुरूचा लहान आकर्षणसंस्कार.

उपकरण = (मध्यमगुरु − मध्यमशनि)

उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	+·००	६०	+·०२	१२०	−·०७	१८०	+·००	२४०	+·०७	३००	−·०३
१०	·०२	७०	+·०१	१३०	·०७	१९०	·०२	२५०	·०६	३१०	·०४
२०	·०३	८०	−·०१	१४०	·०७	२००	·०४	२६०	·०५	३२०	·०५
३०	·०४	९०	·०३	१५०	·०६	२१०	·०६	२७०	·०३	३३०	·०४
४०	·०५	१००	·०५	१६०	·०४	२२०	·०७	२८०	+·०१	३४०	·०३
५०	·०४	११०	·०६	१७०	·०२	२३०	·०७	२९०	−·०१	३५०	·०२
६०	+·०२	१२०	−·०७	१८०	−·००	२४०	+·०७	३००	−·०३	३६०	·००
Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor

Table 3. Arg=(J − S), Jupiter's Small Inequality.

कोष्टक ४.

शनीचा लहान आकर्षणसंस्कार.

उपकरण = (मध्यमगुरु − २ मध्यमशनि)

उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.	उप.	सं.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	+·०३	६०	−·१७	१२०	+·०४	१८०	−·११	२४०	−·०७	३००	+·२८
१०	−·०५	७०	·१४	१३०	·०६	१९०	·१५	२५०	·००	३१०	·२८
२०	−·१०	८०	·०९	१४०	·०३	२००	·१६	२६०	+·०८	३२०	·२६
३०	·१५	९०	−·०५	१५०	+·०१	२१०	·१७	२७०	·१४	३३०	·२२
४०	·१९	१००	·००	१६०	−·०३	२२०	·१७	२८०	·२१	३४०	·१६
५०	·१८	११०	+·०२	१७०	·०८	२३०	·१२	२९०	·२५	३५०	·०९
६०	−·१७	१२०	+·०४	१८०	−·११	२४०	−·०७	३००	+·२८	३६०	+·०३
Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor	Arg	Cor

Table 4. Arg = (J − 2S); Saturn's Small Inequality.

कोष्टक ५.

ग्रहांचीं नीचें.

उपकरण = चक्रें.

ा. श.	रवि	बुध	शुक्र	मंगळ	गुरु	शनि	वरुण	इंद्र
वर्षे	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८००	२५८.६८	५३.४३	१०७.६७	३११.६७	३५०.२२	६८.४५	१४९.१०	२४.२८
चक्रें	चक्रांतील गति							
१	०.०६	०.०३	−०.०१	०.०९	०.०३	०.०८	०.०२	०.०१
२	.१३	.०६	.०२	.१८	.०७	.१७	.०३	.०१
३	.१९	.१०	.०२	.२७	.१०	.२५	.०५	.०२
४	.२५	.१३	.०३	.३६	.१४	.३४	.०७	.०२
५	.३१	.१६	.०४	.४४	.१७	.४२	.०८	.०३
६	.३८	.१९	.०५	.५३	.२१	.५१	.१०	.०४
७	.४४	.२२	.०६	.६२	.२४	.५९	.१२	.०४
८	.५०	.२६	.०६	.७१	.२८	.६८	.१४	.०५
९	०.५७	.२९	०.०७	०.८०	०.३१	०.७६	०.१५	०.०५
१०	.६२	.३२	.०८	.८९	०.३५	०.८५	०.१७	०.०६
२०	१.२५	.६५	.१६	१.७८	.७०	१.७०	.३४	.१२
३०	१.८८	.९७	.२४	२.६७	१.०५	२.५५	.५१	.१८
४०	२.५०	१.३०	.३२	३.५६	१.४०	३.४०	.६८	.२४
५०	३.१३	१.६२	− .४०	४.४५	१.७५	४.२५	०.८५	०.३०
Arg.	Sun.	Mer.	Ven.	Mars.	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 5. Arg=Cycles. Motions of Perihelia.

कोष्टक ६.

उपकरण = चक्रें; ग्रहांचे कक्षापात.

शा. श.	रवि	बुध	शुक्र	मंगळ	गुरु	शनि	वरुण	इंद्र
वर्षे	अयनांश	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१९००	२२.१४२	२४.७५	५१.४३	२६.४३	७७.०७	९०.४८	५१.०३	१०८.२३
चक्रें	**चक्रांतील गति**							
१	+ .२६५	-०.०४	-०.१०	-०.१२	-०.०८	-०.१०	-०.१७	-०.०६
२	.५३०	.०७	.२०	.२४	.१५	.२०	.३४	.११
३	.७९५	.११	.३०	.३६	.२३	.२९	.५१	.१७
४	१.०६०	.१४	.४०	.४८	.३०	.३९	.६८	.२३
५	१.३२५	.१८	.५०	.६०	.३८	.४९	०.८५	.२८
६	१.५९०	.२२	.६१	.७२	.४६	-५९	१.०२	.३४
७	१.८५५	.२५	.७१	.८४	.५३	.६९	१.१९	.३९
८	२.१२०	.२९	.८१	०.९६	.६१	.७८	१.३६	.४५
९	२.३८५	०.३२	.९१	१.०८	०.६८	०.८८	१.५३	०.५१
१०	२.६५०	०.३६	१.०१	१.२०	०.७६	.९८	१.७०	०.५६
२०	५.३००	.७२	२.०२	२.४०	१.५२	१.९६	३.४१	१.१३
३०	७.९५०	१.०८	३.०३	३.६०	२.२८	२.९४	५.११	१.६९
४०	१०.५००	१.४४	४.०४	४.८०	३.०४	३.९२	६.८२	२.२६
५०	१३.२५०	-१.८०	-५.०५	-६.००	-३.८०	-४.९०	-८.५२	-२.८२
Arg.	Equin.	Mer.	Ven.	Mars.	Jup	Sat.	Ura.	Nep.

Table 6. Arg = Cycles; Motions of Nodes.

कोष्टक ७.

ग्रहांचीं मंदफलें.

उपकरण = मंदकेंद्र.

+ उप.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	— उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	०·०००	०·००	०·००	०·००	·०००	०·००	०·००	०·००	३६०
३	·१०३	१·६५	·०४	०·६३	·३१	·३६	·३०	·०५	३५७
६	·२०५	३·२९	·०८	१·२६	·६१	०·७३	·६०	·११	३५४
९	·३०७	४·९१	·१२	१·८९	०·९२	१·०९	०·९०	·१६	३५१
१२	·४०८	६·५०	·१६	२·५०	१·२२	१·४८	१·१९	·२१	३४८
१५	·५०८	८·०५	·२१	३·११	१·५२	१·८०	१·४७	·२६	३४५
१८	·६०६	९·५५	·२४	३·७१	१·८१	२·१४	१·७६	·३१	३४२
२१	·७०१	११·००	·२८	४·२९	२·१०	२·४८	२·०४	·३६	३३९
२४	·८००	१२·३८	·३२	४·८५	२·३८	२·८१	२·३१	·४१	३३६
२७	०·८८९	१३·१९	०·३६	५·४०	२·६५	३·१३	२·५७	०·४५	३३३
३०	०·९७९	१४·९३	०.४०	५.९३	२·९१	३·४४	२·८३	०·५०	३३०
३३	१·०६५	१६·०९	·४३	६·४३	३·१७	३·७४	३·०७	·५४	३२७
३६	१·१४९	१७·१७	·४७	६·९१	३·४१	४·०३	३·३१	·५९	३२४
३९	१·२३०	१८·१६	·५०	७-३७	३·६४	४·३०	३·५३	·६३	३२१
४२	१·३०७	१९·०८	·५३	७-८०	३·८७	४·५७	३·७६	·६७	३१८
४५	१·३७८	१९·९०	·५६	८-२०	४·०८	४·८१	३·९५	·७१	३१५
४८	१·४४८	२०·६४	·५९	८-५७	४·२७	५·०४	४·१५	·७५	३१२
५१	१·५१३	२१·३०	·६२	८·९२	४·४६	५·२६	४·३२	·७८	३०९
५४	१·५७३	३१·८७	·६४	९-२३	४·६३	५·४५	४·५०	·८१	३०६
५७	१·६३०	२२·३६	०·६६	९·५२	४·७८	५·६४	४·६४	०·८४	३०३
६०	१·६८२	२२·७७	०·६९	९-७४	४·९३	५·८०	४·७९	०·८६	३००
६३	१·७२८	२३·१०	·७०	१०·००	५·०५	५·९५	४·९०	·८८	२९७
६६	१·७७०	२३·३५	·७२	१०·१९	५·१७	६·०८	५·०२	·९१	२९४
६९	१·८०७	२३·५३	·७४	१०·२५	५·२६	६·१९	५·६१	·९३	२९१
७२	१·८४०	२३·६४	·७५	१०·४८	५·३४	६·२८	५·२०	·९४	२८८
७५	१·८६७	२३·६८	·७६	१०·५८	५·४१	६·३५	५·२५	·९५	२८५
७८	१·८८८	२३·६५	·७७	१०·६५	५·४६	६·४१	५·३१	·९६	२८२
८१	१·९०३	२३·५६	·७८	१०·६८	५·५०	६·४५	५·३४	·९७	२७९
८४	१·९१५	२३·४१	·७८	१०·६९	५·५२	६·४७	५·३७	·९८	२७६
८७	१·९२०	२३·२०	·७९	१०·६७	५·५२	६·४७	५·३७	·९८	२७३
९०	१·९२२	२२·९३	०·७९	१०·६२	५·५१	६·४६	५·३७	०·९८	२७०
+ Arg	Sun	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	— Arg

Table 7 Arg = A = Mean Anomaly; Equations of Centre.

कोष्टक ७.

ग्रहांचीं मंदफलें.

उपकरण = मंदकेंद्र.

+ उप.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	— उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं	अं.	अं.
९०	१·९२२	२२·९३	०·७९	१०·६२	५·५१	६·४६	५·३७	०·९८	२७०
९३	१·९१७	२२·६२	·७९	१०·५४	५·४९	६·४३	५·३४	·९८	२६७
९६	१·९०७	२२·२५	·७८	१०·४४	५·४५	६·३८	५·३१	·९७	२६४
९९	१·८९२	२१·८३	·७८	१०·३१	५·४०	६·३१	५·२५	·९६	२६१
१०२	१·८७२	२१·३७	·७७	१०·१५	५·३३	६·२३	५·१९	·९५	२५८
१०५	१·८४७	२०·८७	·७६	९·९६	५·२५	६·१३	५·१०	·९४	२५५
१०८	१·८१५	२०·३२	·७५	९·७६	५·१५	६·०१	५·०२	·९२	२५२
१११	१·७८०	१९·७४	·७३	९·५३	५·०४	५·८८	४·९५	·९०	२४९
११४	१·७४०	१९·१२	·७२	९·२८	४·९२	५·७४	४·७९	·८८	२४६
११७	१·६९५	१८·४७	०·७०	९·००	४·७९	५·५८	४·६५	०·८५	२४३
१२०	१·६४७	१७·७९	०·६८	८·७१	४·६४	५·४१	४·५२	०·८३	२४०
१२३	१·५९३	१७·०७	·६६	८·३९	४·४८	५·२२	४·३६	·८०	२३७
१२६	१·५३५	१६·३३	·६३	८·०६	४·३१	५·०२	४·२०	·७७	२३४
१२९	१·४७३	१५·५६	·६१	७·७१	४·१३	४·८१	४·०२	·७४	२३१
१३२	१·४०८	१४·७७	·५८	७·३४	३·९४	४·५९	३·८४	·७१	२२८
१३५	१·३३८	१३·९५	·५५	६·९६	३·७४	४·३५	३·६४	·६८	२२५
१३८	१·२६७	१३·११	·५२	६·५६	३·८७	४·११	३·४४	·६४	२२२
१४१	१·१९०	१२·२६	·४९	६·१५	३·३२	३·८६	३·२२	·६०	२१९
१४४	१·११०	११·३८	·४६	५·७३	३·०९	३·६०	३·०१	·५६	२१६
१४७	१·०२८	१०·४९	०·४३	५·२९	२·८६	३·३२	२·७८	०·५२	२१३
१५०	०·९४३	९·५८	०·३९	४·८४	२·६२	३·०५	२·५६	०·४८	२१०
१५३	·८५७	८·६६	·३५	४·३९	२·३८	२·७६	२·३१	·४३	२०७
१५६	·७६७	७·७३	·३२	३·९२	२·१३	२·४७	२·०७	·३९	२०४
१५९	·६७५	६·७९	·२८	३·४५	१·८७	२·१८	१·८२	·३४	२०१
१६२	·५८२	५·८३	·२४	२·९७	१·६१	१·८७	१·५७	·३०	१९८
१६५	·४८७	४·८७	·२०	२·४८	१·३५	१·५७	१·३१	·२५	१९५
१६८	·३९२	३·९१	·१६	१·९९	१·०८	१·२६	१·०६	·२०	१९२
१७१	·२९५	२·९४	·१२	१·५०	०·८१	०·९५	०·८०	·१५	१८९
१७४	·१९७	१·९६	·०८	१·००	०·५४	०·६३	०·५३	·१०	१८६
१७७	·०९८	०·९८	·०४	०·५०	०·२७	०·३२	०·२६	·०५	१८३
१८०	०·०००	०·००	०·००	०·००	०·००	०·००	०·००	०·००	१८०
+ Arg	Sun	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	— Arg

Table 7. Arg = A; The Equations of the Centre.

कोष्टक ८.

ग्रहांचे कक्षापरिणतिसंस्कार.

उपकरण = (रविमध्यग्रह − पात).

उप.	रवि	बुध	शुक्र	मंगळ	गुरु	शनि	वरुण	इंद्र	उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	.	−०·००	−०·००	−०·००	−०·००	−०·००	.	.	१८०
६	.	·०४	·०१	·००	·००	·००	.	.	१८६
१२	.	·०९	·०२	·०१	·००	·०१	.	.	१९२
१८	.	·१३	·०३	·०१	·००	·०२	.	.	१९८
२४	.	·१६	·०४	·०१	·०१	·०२	.	.	२०४
३०	.	·१८	·०४	·०१	·०१	·०२	.	.	२१०
३६	.	·२०	·०५	·०१	·०१	·०२	.	.	२१६
४२	.	·२१	·०५	·०१	·०१	·०३	.	.	२२२
४८	.	·२१	·०५	·०१	·०१	·०३	.	.	२२८
५४	.	−०·२०	−०·०५	−०·०१	−०·०१	−०·०२	.	.	२३४
६०	.	−०·१८	−०·०४	−०·०१	−०·०१	−०·०२	.	.	२४०
६६	.	·१६	·०४	·०१	·०१	·०२	.	.	२४६
७२	.	·१३	·०३	·०१	·००	·०२	.	.	२५२
७८	.	·०९	·०२	·०१	·००	·०१	.	.	२५८
८४	.	−०·०४	−०·०१	−०·००	−०·००	−०·००	.	.	२६४
९०	.	·००	·००	·००	·००	·००	.	.	२७०
९६	.	+०·०४	+०·०१	+०·००	+०·००	+०·००	.	.	२७६
१०२	.	·०९	·०२	·०१	·००	·०१	.	.	२८२
१०८	.	·१३	·०३	·०१	·००	·०२	.	.	२८८
११४	.	+०·१६	+०·०४	+०·०१	+०·०१	+०·०२	.	.	२९४
१२०	.	+०·१८	+०·०४	+०·०१	+०·०१	+०·०२	.	.	३००
१२६	.	·२०	·०५	·०१	·०१	·०२	.	.	३०६
१३२	.	·२१	·०५	·०१	·०१	·०३	.	.	३१२
१३८	.	·२१	·०५	·०१	·०१	·०३	.	.	३१८
१४४	.	·२०	·०५	·०१	·०१	·०२	.	.	३२४
१५०	.	·१८	·०४	·०१	·०१	·०२	.	.	३३०
१५६	.	·१६	·०४	·०१	·०१	·०२	.	.	३३६
१६२	.	·१३	·०३	·०१	·००	·०२	.	.	३४२
१६८	.	·०९	·०२	·०१	·००	·०१	.	.	३४८
१७४	.	·०४	·०१	·००	·००	·००	.	.	३५४
१८०	.	+०·००	+०·००	+०·००	+०·००	+०·००	.	.	३६०
Arg	Sun	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 8. Arg = B = (Planet−Node); Reduction.

कोष्टक ९.

ग्रहांचे रविमध्यशर.

उपकरण = (रविमध्यग्रह–पात.)

उत्तरशर. +		बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	दक्षिणशर. —	
उप.	उप.								उप.	उप.
अं.	अं.	क.	क.	क.	क.	क.	क.	क.	अं.	अं.
०	१८०	०·०	०·०	०·०	०·०	०·०	०·०	०·०	१८०	३६०
३	१७७	२१·९	१०·६	५·८	४·१	७·८	२·४	५·६	१८३	३५७
६	१७४	४३·८	२१·३	११·६	८·३	१५·७	४·८	११·२	१८६	३५४
९	१७१	६५·५	३१·८	१७·४	१२·४	२३·५	७·२	१६·७	१८९	३५१
१२	१६८	८७·१	४२·३	२३·१	१६·४	३१·२	९·६	२२·२	१९२	३४८
१५	१६५	१०८·५	५२·७	२८·७	२०·४	३८·८	१२·०	२७·६	१९५	३४५
१८	१६२	१२९·५	६२·१	३४·३	२४·४	४६·३	१४·३	३३·०	१९८	३४१
२१	१५९	१५०·०	७२·९	३९·८	२८·३	५३·७	१६·६	३८·३	२०१	३३९
२४	१५६	१७०·४	८२·८	४५·१	३२·१	६१·०	१८·८	४३·५	२०४	३३६
२७	१५३	१९०·३	९२·४	५०·४	३५·९	६८·१	२१·०	४८·५	२०७	३३३
३०	१५०	२०९·६	१०१·७	५५·५	३९·५	७४·९	२३·२	५३·४	२१०	३३०
३३	१४७	२२८·४	११०·८	६०·५	४३·०	८१·६	२५·२	५८·२	२१३	३२७
३६	१४४	२४६·५	११९·६	६५·३	४६·४	८८·१	२७·२	६२·८	२१६	३२४
३९	१४१	२६३·९	१२८·१	६९·९	४९·७	९४·३	२९·२	६७·३	२१९	३२१
४२	१३८	२८०·७	१३६·२	७४·३	५२·९	१००·३	३१·०	७१·५	२२२	३१८
४५	१३५	२९६·६	१४३·९	७८·५	५५·९	१०५·९	३२·८	७६·५	२२५	३१५
४८	१३२	३११·८	१५१·३	८२·५	५८·७	१११·४	३४·४	७९·४	२२८	३१२
५१	१२९	३२६·१	१५८·२	८६·३	६१·४	११६·५	३६·०	८३·१	२३१	३०९
५४	१२६	३३९·५	१६४·७	८९·८	६३·९	१२१·३	३७·५	८६·४	२३४	३०६
५७	१२३	३५२·०	१७०·७	९३·१	६६·३	१२५·७	३८·९	८९·६	२३७	३०३
६०	१२०	३६३·५	१७६·३	९६·२	६८·५	१२९·८	४०·१	९२·५	२४०	३००
६३	११७	३७४·०	१८१·४	९९·०	७०·४	१३३·६	४१·३	९५·२	२४३	२९७
६६	११४	३८३·५	१८६·०	१०१·४	७२·८	१३६·९	४२·३	९७·६	२४६	२९४
६९	१११	३९२·०	१९०·१	१०३·७	७४·३	१४०·०	४३·३	९९·७	२४९	२९१
७२	१०८	३९९·४	१९३·६	१०५·६	७५·६	१४२·६	४४·१	१०१·६	२५२	२८८
७५	१०५	४०५·६	१९६·६	१०७·३	७६·७	१४४·८	४४·८	१०३·२	२५५	२८५
७८	१०२	४१०·८	१९९·१	१०८·६	७७·६	१४६·८	४५·३	१०४·५	२५८	२८२
८१	९९	४१४·८	२०१·१	१०९·७	७८·१	१४८·१	४५·८	१०५·५	२६१	२७९
८४	९६	४१७·६	२०२·५	११०·४	७८·६	१४९·१	४६·१	१०६·३	२६४	२७६
८७	९३	४१९·४	२०३·३	११०·९	७८·९	१४९·७	४६·३	१०६·७	२६७	२७३
९०	९०	४२०·०	२०३·६	१११·१	७९·०	१४९·९	४६·४	१०६·९	२७०	२७०
Arg	Arg	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.	Arg.

Table 9. Arg = B; The Helio-centric Latitudes.

कोष्टक १०.

ग्रहांचे मंदकर्ण.

उपकरण = मंदकेंद्र.

उप.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	०·९८३२	०·३०७५	०·७१८३	१·३८१६	४·९५२	९·०१०	१८·२९१	२९·८१४	३६०
३	·९८३२	·३०७७	·७१८३	१·३८१९	४·९५३	९·०११	१८·२९३	२९·८१४	३५७
६	·९८३३	·३०८२	·७१८४	१·३८२६	४·९५४	९·०१३	१८·२९६	२९·८१५	३५४
९	·९८३४	·३०९१	·७१८४	१·३८३८	४·९५६	९·०१८	१८·३०४	२९·८१८	३५१
१२	·९८३६	·३१०२	·७१८५	१·३८५४	४·९५८	९·०२३	१८·३१२	२९·८२०	३४८
१५	·९८३८	·३११८	·७१८६	१·३८७५	४·९६२	९·०३०	१८·३२५	२९·८२३	३४५
१८	·९८४१	·३१३६	·७१८६	१·३९००	४·९६६	९·०३९	१८·३३९	२९·८२[illegible]	३४२
२१	·९८४४	·३१५७	·७१८७	१·३९३०	४·९७१	९·०५०	१८·३५७	२९·८३[illegible]	३३९
२४	·९८४७	·३१८१	·७१८८	१·३९६५	४·९७६	९·०६१	१८·३७६	२९·८३[illegible]	३३६
२७	·९८५१	·३२०७	०·७१८९	१·४००२	४·९८२	९·०७५	१८·४००	२९·८४३	३३३
३०	०·९८५५	०·३२३६	०·७१९१	१·४०४४	४·९८९	९·०९०	१८·४२३	२९·८४९	३३०
३३	·९८६०	·३२६७	·७१९२	१·४०९०	४·९९६	९·१०६	१८·४५५	२९·८५६	३२७
३६	·९८६५	·३३०१	·७१९३	१·४१३९	५·००४	९·१२३	१८·४७८	२९·८६४	३२४
३९	·९८७१	·३३३५	·७१९५	१·४१९२	५·०१३	९·१४२	१८·५१०	२९·८७१	३२१
४२	·९८७७	·३३७२	·७१९७	१·४२४७	५·०२२	९·१६१	१८·५४२	२९·८८२	३१८
४५	·९८८३	·३४१०	·७१९८	१·४३०६	५·०३२	९·१८२	१८·५७७	२९·८९१	३१५
४८	·९८८९	·३४४९	·७२००	१·४३६७	५·०४२	९·२०४	१८·६१३	२९·९०१	३१२
५१	·९८९६	·३४८९	·७२०२	१·४४३१	५·०५३	९·२२८	१८·६५२	२९·९११	३०९
५४	·९९०३	·३५३०	·७२०४	१·४४९६	५·०६४	९·२५१	१८·६९१	२९·९२२	३०६
५७	०·९९११	०·३५७२	०·७२०६	१·४५६३	५·०७५	९·२७५	१८·७३२	२९·९३३	३०३
६०	०·९९१८	०·३६१४	०·७२०९	१·४६३३	५·०८७	९·३०१	१८·७७४	२९·९४५	३००
६३	·९९२६	·३६५६	·७२११	१·४७०४	५·०९९	९·३२७	१८·८१६	२९·९५७	२९७
६६	·९९३४	·३६९९	·७२१४	१·४७७६	५·१११	९·३५३	१८·८६१	२९·९७०	२९४
६९	·९९४२	·३७४१	·७२१६	१·४८४९	५·१२४	९·३८०	१८·९०६	२९·९८२	२९१
७२	·९९५१	·३७८४	·७२१८	१·४९२३	५·१३६	९·४०८	१८·९५२	२९·९९५	२८८
७५	·९९५९	·३८२६	·७२२१	१·४९९७	५·१४९	९·४३५	१८·९९८	३०·००८	२८५
७८	·९९६८	·३८६८	·७२२४	१·५०७१	५·१६२	९·४६३	१९·०४४	३०·०२१	२८२
८१	·९९७६	·३९०९	·७२२६	१·५१४६	५·१७५	९·४९१	१९·०९२	३०·०३४	२७९
८४	·९९८५	·३९५०	·७२२९	१·५२२१	५·१८८	९·५२०	१९·१३९	३०·०४८	२७६
८७	·९९९४	·३९९१	·७२३१	१·५२९५	५·२०१	९·५४८	१९·१८६	३०·०६२	२७३
९०	१·०००३	०·४०३०	०·७२३४	१·५३६९	५·२१४	९·५७६	१९·२३४	३०·०७७	२७०
Arg.	Sun	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 10. Arg. = A; Radii Vectors = Distances from the Sun.

कोष्टक १०.

ग्रहांचे मंदकर्ण.

उपकरण = मंदकेंद्र.

उप.	रवि.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	उप.
अं.									अं.
९०	१·००३	०·४०३०	०·७२३४	१·५३६९	५·२१४	९·५७६	१९·२३४	३०·०७७	२७०
९३	१·००१२	·४०६९	·७२३७	१·५४४२	५·२२७	९·६०४	१९·२८०	३०·०८९	२६७
९६	१·००२०	·४१०७	·७२३९	१·५५१४	५·२४०	९·६३२	१९·३२७	३०·१०२	२६४
९९	१·००२९	·४१४४	·७२४२	१·५५८५	५·२५३	९·६५९	१९·३७२	३०·११६	२६१
१०२	१·००३८	·४१८०	·७२४४	१·५६५५	५·२६६	९·६८३	१९·४१८	३०·१२९	२५८
१०५	१·००४६	·४२१५	·७२४७	१·५७२३	५·२७८	९·७१२	१९·४६२	३०·१४२	२५५
१०८	१·००५४	·४२४९	·७२४९	१·५७९०	५·२९०	९·७३८	१९·५०७	३०·१५५	२५२
१११	१·००६३	·४२८२	·७२५२	१·५८५६	५·३०२	९·७६४	१९·५४९	३०·१६८	२४९
११४	१·००७१	·४३१४	·७२५४	१·५९११	५·३१४	९·७८८	१९·५९२	३०·१८०	२४६
११७	१·००७८	०·४३४४	०·७२५६	१·५९८०	५·३२५	९·८१२	१९·६३२	३०·१९२	२४३
१२०	१·००८६	०·४३७३	०·७२५९	१·६०४०	५·३३६	९·८३६	१९·६७२	३०·२०४	२४०
१२३	१·००९३	·४४०१	·७२६१	१·६०९७	५·३४७	९·८५८	१९·७१४	३०·२१४	२३७
१२६	१·०१००	·४४२८	·७२६३	१·६१५२	५·३५७	९·८८०	१९·७५७	३०·२२४	२३४
१२९	१·०१०७	·४४५३	·७२६५	१·६२०४	५·३६७	९·९०१	१९·७८६	३०·२३२	२३१
१३२	१·०११४	·४४७७	·७२६७	१·६२५४	५·३७६	९·९२१	१९·८१६	३०·२३९	२२८
१३५	१·०१२०	·४५००	·७२६९	१·६३०१	५·३८५	९·९३९	१९·८४७	३०·२४६	२२५
१३८	१·०१२६	·४५२१	·७२७१	१·६३४६	५·३९३	९·९५७	१९·८७९	३०·२५३	२२२
१४१	१·०१३२	·४५४१	·७२७३	१·६३८८	५·४०१	९·९७४	१९·९०६	३०·२६०	२१९
१४४	१·०१३७	·४५६०	·७२७४	१·६४२७	५·४०९	९·९९०	१९·९३४	३०·२६७	२१६
१४७	१·०१४२	०·४५७७	०·७२७५	१·६४६४	५·४१६	१०·००४	१९·९५७	३०·२७५	२१३
१५०	१·०१४६	०·४५९२	०·७२७६	१·६४९७	५·४२२	१०·०१७	१९·९८१	३०·२८२	२१०
१५३	१·०१५०	·४६०६	·७२७८	१·६५२७	५·४२८	१०·०३०	२०·००१	३०·२८८	२०७
१५६	१·०१५४	·४६१९	·७२७९	१·६५५४	५·४३३	१०·०४१	२०·०२१	३०·२९५	२०४
१५९	१·०१५७	·४६३०	·७२८०	१·६५७८	५·४३७	१०·०५०	२०·०३६	३०·२९९	२०१
१६२	१·०१६०	·४६४०	·७२८१	१·६५९९	५·४४१	१०·०५९	२०·०५२	३०·३०४	१९८
१६५	१·०१६२	·४६४८	·७२८२	१·६६१७	५·४४५	१०·०६६	२०·०६३	३०·३०८	१९५
१६८	१·०१६४	·४६५५	·७२८२	१·६६३२	५·४४८	१०·०७२	२०·०७४	३०·३११	१९२
१७१	१·०१६६	·४६६०	·७२८३	१·६६४३	५·४५०	१०·०७६	२०·०८०	३७·३१३	१८९
१७४	१·०१६७	·४६६४	·७२८३	१·६६५१	५·४५१	१०·०८०	२०·०८७	३०·३१५	१८६
१७७	१·०१६८	·४६६६	·७२८३	१·६६५६	५·४५२	१०·०८२	२०·०९०	३०·३१६	१८३
१८०	१·०१६८	०·४६६७	०·७२८३	१·६६५७	५·४५३	१०·०८२	२०·०९३	३०·३१७	१८०
Arg.	Sun	Mer.	Ven	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 10. Arg. = A ; Radii Vectors = Distances from the Sun.

कोष्टक ११.

ग्रहांचीं समांतरें.

उपकरण = रविमंदकेंद्र.

उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०.०	+.००६५	+.०१२१	+.०२५४	+.०८७	+.१५९	+.३२०	+.५०२
९.८	.००६४	.०११९	.०२५१	.०८६	.१५०	.३१६	.४९५
१९.७	.००६१	.०११३	.०२३९	.०८२	.१५०	.३०१	.४७१
२९.६	.००५६	.०१०५	.०२२१	.०७५	.१३८	.२७८	.४३५
३९.४	.००५०	.००९२	.०१९५	.०६७	.१२२	.२४६	.३८४
४९.३	.००४१	.००७७	.०१६३	.०५६	.१०२	.२०५	.३२१
५९.१	.००३२	.००६०	.०१२६	.०४३	.०७९	.१५९	.२४९
६९.०	.००२२	.००४१	.००८७	.०३०	.०५४	.१०९	.१७१
७८.८	+.००११	+.००२१	+.००४४	+.०१५	+.०२८	+.०५६	+.०८७
८८.७	.००००	.००००	.००००	.०००	.०००	.०००	.०००
९८.५	−.००११	−.००२०	−.००४३	−.०१५	−.०२७	−.०५४	−.०८४
१०८.४	.००२२	.००४०	.००८६	.०२९	.०५३	.१०८	.१६८
११८.३	.००३१	.००५८	.०१२४	.०४२	.०७७	.१५५	.२४३
१२८.१	.००४१	.००७६	.०१६०	.०५५	.१००	.२०१	.३१५
१३८.०	.००४९	.००९१	.०१९२	.०६६	.१२०	.२४२	.३७८
१४७.८	.००५५	.०१०३	.०२१६	.०७४	.१३५	.२७२	.४२६
१५७.७	.००६०	.०११२	.०२३६	.०८१	.१४[illegible]	.२९६	.४६५
१६७.५	.००६३	.०११९	.०२५०	.०८५	.१५६	.३१३	.४९२
१७७.४	.००६५	.०१२१	.०२५४	.०८७	.१५९	.३२०	.५०१
१८७.२	−.००६४	−.०१२०	−.०२५३	−.०८६	−.१५८	−.३१८	−.४९८
Arg.	Mer	Ven.	Mars	Jup	Sat.	Ura.	Nep.

Table 11. Arg. = Sun's mean Anomaly ; Parallel Distances.

कोष्टक ११.

ग्रहांचीं समांतरें.

उपकरण = रविमंदकेंद्र.

उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८७.२	−·००६४	−·०१२०	−·०२५३	−·०८६	−·१५८	−·३१८	−·४९८
१९७.१	·००६२	·०११६	·०२४४	·०८३	·१५३	·३०७	·४८०
२०६.९	·००५८	·०१०८	·०२२७	·०७७	·१४२	·२८६	·४४७
२१६.८	·००५२	·००९८	·०२०८	·०७०	·१२९	·२५८	·४०५
२२६.७	·००४५	·००८४	·०१७७	·०६०	·१११	·२२२	·३४८
२३६.५	·००३६	·००६८	·०१४३	·०४९	·०९०	·१८०	·२८२
२४६.४	·००२७	·००५०	·०१०५	·०३६	·०६६	·१३३	·२०७
२५६.२	·००१६	·००३०	·००६४	·०२२	·०४०	·०८०	·१२६
२६६.१	−·०००५	−·०००९	−·००२०	−·००७	−·०१२	−·०२५	·०३९
२७५.९	+·०००६	+·००११	+·००२३	+·००८	+·०१४	+·०२९	+·०४५
२८५.८	·००१७	·००३९	·००६६	·०२२	·०४१	·०८२	·१२९
२९५.६	·००२७	·००५	·०१०८	·०३७	·०६८	·१३६	·२११
३०५.५	·००३७	·००६९	·०१४५	·०४९	·०९१	·१८२	·२८५
३१५.४	·००४५	·००८६	·०१८०	·०६१	·११५	·२३१	·३५४
३२५.२	·००५३	·००९९	·०२०९	·०७१	·१३१	·२६२	·४११
३३५.१	·००५८	·०१०९	·०२३०	·०७९	·१४४	·२९०	·४५१
३४४.९	·००६५	·०११६	·०२४५	·०८४	·१५३	·३०९	·४८१
३५४.८	·००६५	·०१२१	·०२५४	·०८७	·१५९	·३२०	·५०१
४.६	+·००६५	+·०१२०	+·०२५३	+·०८६	+·१५८	+·३१८	+·४९८
Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup	Sat	Ura.	Nep.

Table 11. Arg. = Sun's mean Anomaly ; Parallel Distances.

कोष्टक १२.

ग्रहांचे दीर्घवर्तुलांश.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

+ उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	− उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	०·०	०·०	०·०	०·००	०·००	०·०००	०·०००	३६०
३	१·५	१·०	०·४	०·०८	·०३	·००७	·००३	३५७
६	३·१	२·०	०·९	०·१६	·०५	·०१४	·००६	३५४
९	४·६	३·०	१·३	०·२३	·०८	·०२१	·००९	३५१
१२	६·२	४·०	१·८	०·३१	·११	·०२८	·०१३	३४८
१५	७·८	५·०	२·३	०·३८	·१३	·०३५	·०१५	३४५
१८	९·४	६·१	२·८	०·४६	·१६	·०४३	·०१८	३४२
२१	१०·९	७·१	३·३	०·५४	·१८	·०५०	·०२१	३३९
२४	१२·५	८·२	३·८	०·६२	·२१	·०५७	·०२४	३३६
२७	१४·१	९·२	४·३	०·६९	०·२४	०·०६४	०·०२७	३३३
३०	१५·८	१०·३	४·८	०·७७	०·२६	०·०७१	०·०३०	३३०
३३	१७·४	११·४	५·३	०·८५	·२९	·०७७	·०३३	३२७
३६	१९·०	१२·५	५·८	०·९३	·३१	·०८३	·०३५	३२४
३९	२०·६	१३·६	६·३	१·००	·३४	·०८९	·०३९	३२१
४२	२२·२	१४·७	६·९	१·०७	·३६	·०९५	·०४३	३१८
४५	२३·८	१५·९	७·४	१·१४	·३८	·१०२	·०४४	३१५
४८	२५·५	१७·१	७·९	१·२२	·४१	·११०	·०४५	३१२
५१	२७·२	१८·३	८·५	१·२८	·४३	·११५	·०४७	३०९
५४	२८·९	१९·५	९·१	१·३५	·४५	·११९	·०४९	३०६
५७	३०·६	२०·८	९·६	१·४२	०·४७	०·१२४	०·०५१	३०३
६०	३२·३	२२·१	१०·२	१·४९	०·४९	०·१२८	०·०५२	३००
६३	३४·१	२३·४	१०·८	१·५६	·५०	·१३३	·०५४	२९७
६६	३५·८	२४·८	११·५	१·६[illegible]	·५२	·१३७	·०५६	२९४
६९	[illegible]७·५	२६·३	१२·१	१·६८	·५४	·१४१	·०५७	२९१
७२	३९·२	२७·७	१२·८	१·७४	·५६	·१४४	·९५८	२८८
७५	४१·०	२९·२	१३·५	१·८०	·५७	·१४६	·०६०	२८५
७८	४२·७	३०·७	१४·२	१·८५	·५८	·१४८	·०६१	२८२
८१	४४·५	३२·३	१४·९	१·९०	·५९	·१५०	·०६२	२७९
८४	४६·३	३४·०	१५·६	१·९५	·६०	·१५१	·०६३	२७६
८७	४८·१	३५·८	१६·४	१·९९	·६१	·१५३	·०६३	२७३
९०	४९·९	३७·६	१७·३	२·०४	०·६२	९·१५५	०·९६३	२७०
+ Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	− Arg.

Table 12. Arg = C; The Elliptical Multiplicands.

कोष्टक १२.

ग्रहांचे दीर्घवर्तुलांश.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

+ उप.	बुध.	शुक्र	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	− उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
९०	४९·९	३८·६	१७·३	२·०४	०·६२	०·१५५	०·०६३	२७०
९३	५१·७	३९·५	१८·२	२·०७	·६२	·१५५	·०६३	२६७
९६	५३·३	४१·५	१९·०	२·११	·६३	·१५६	·०६३	२६४
९९	५५·०	४३·६	२०·०	२·१४	·६३	·१५५	·०६३	२६१
१०२	५६·७	४५·८	२१·०	२·१६	·६३	·१५४	·०६३	२५८
१०५	५८·३	४८·२	२२·०	२·१७	·६३	·१५३	·०६३	२५५
१०८	५९·९	५०·७	२३·१	२·१९	·६३	·१५२	·०६२	२५२
१११	६१·३	५३·३	२४·०	२·१९	·६३	·१५१	·०६२	२४९
११४	६२·७	५६·०	२५·१	२·१९	·६२	·१४९	·०६१	२४६
११७	६३·९	५९·०	२६·४	२·१८	०·६१	०·१४५	·०५९	२४३
१२०	६५·१	६२·०	२७·७	२·१७	·६०	०·१४१	०·०५६	२४०
१२३	६६·०	६५·३	२९·१	२·१५	·५९	·१३७	·०५४	२३७
१२६	६६·८	६८·९	३०·३	२·१२	·५७	·१३२	·०५२	२३४
१२९	६७·२	७२·७	३१·७	२·०८	·५५	·१२८	·०५१	२३१
१३२	६७·४	७६·७	३३·२	२·०२	·५३	·१२४	·०४९	२२८
१३५	६७·२	८०·९	३४·८	१·९५	·५१	·११८	·०४७	२२५
१३८	६६·८	८५·६	३६·३	१·८८	·४९	·११२	·०४५	२२२
१४१	६५·८	९०·४	३७·८	१·८१	·४७	·१०६	·०४२	२१९
१४४	६४·३	९५·५	३९·३	१·७२	·४४	·१००	·०३९	२१६
१४७	६२·३	१००·५	४०·७	१·६२	०·४१	०·०९२	·०३६	२१३
१५०	५९·८	१०६·०	४२·०	१·५१	०·३८	०·०८४	·०३३	२१०
१५३	५६·५	१११·०	४२·९	१·३८	·३५	·०७७	·०३०	२०७
१५६	५२·७	११५·६	४३·४	१·२५	·३१	·०६९	·०२७	२०४
१५९	४८·१	११९·०	४३·१	१·११	·२८	·०६१	·०२३	२०१
१६२	४२·८	१२०·२	४१·८	०·९७	·२४	·०५५	·०२०	१९८
१६५	३६·१	११७·९	३९·२	०·८२	·२०	·०४५	·०१७	१९५
१६८	३०·३	११०·१	३४·९	०·६६	·१६	·०३५	·०१४	१९२
१७१	२३·२	९४·९	२८·७	०·५१	·१२	·०२७	·०१०	१८९
१७४	१५·८	७०·९	२०·६	०·३४	·०८	·०१९	·००६	१८६
१७७	८·०	३८·२	१०·७	०·१८	·०४	·००९	·००३	१८३
१८०	०·०	०·०	०·०	०·००	०·००	०·०००	०·०००	१८०
+ Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	− Arg.

Table 12, Arg. = C; The Elliptical Multiplicands.

कोष्टक १३.

ग्रहांचीं इनांतरें.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

+ उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	− उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	०.००	३६०
३	०.८४	१.२६	१.८१	२.५२	२.७१	२.८५	२.९१	३५७
६	०.६७	२.५२	३.६२	५.०३	५.४३	५.७०	५.८१	३५४
९	२.५१	३.७८	५.४३	७.५५	८.१५	८.५५	८.७१	३५१
१२	३.३४	५.०३	७.२४	१०.०७	१०.८७	११.४१	११.६१	३४८
१५	४.१७	६.२९	९.०६	१२.६०	१३.५९	१४.२७	१४.५२	३४५
१८	५.००	७.५४	१०.८८	१५.१२	१६.३१	१७.१२	१७.४३	४५२
२१	५.८२	८.७९	१२.७०	१७.६६	१९.०४	१९.९७	२०.३४	३३९
२४	६.६३	१०.०४	१४.५२	२०.१९	२१.७७	२२.८४	२३.२५	३३६
२७	७.४४	११.२९	१६.३५	२२.७४	२४.५१	२५.६९	२६.१६	३३३
३०	८.२५	१२.५४	१८.१८	२५.२९	२७.२५	२८.५७	२९.०७	३३०
३३	९.०४	१३.७८	२०.०२	२७.८५	२९.९९	३१.४५	३१.९९	३२७
३६	९.८३	१५.०१	२१.८६	३०.४१	३२.७४	३४.३२	३४.९१	३२४
३९	१०.६१	१६.२५	२३.७०	३२.९९	३५.५१	३७.२०	३७.८३	३२१
४२	११.३७	१७.४७	२५.५५	३५.५८	३८.२८	४०.०८	४०.७५	३१८
४५	१२.१३	१८.६९	२७.४१	३८.१८	४१.०५	४२.९७	४३.६८	३१५
४८	१२.८७	१९.९१	२९.२८	४०.७९	४३.८४	४५.८६	४६.६१	३१२
५१	१३.६०	२१.१२	३१.१५	४३.४१	४६.६३	४८.७६	४९.७५	३०९
५४	१४.३०	२२.३२	३३.०३	४६.०५	४९.४३	५१.६६	५२.८९	३०६
५७	१५.०१	२३.५२	३४.९३	४८.७०	५२.२४	५४.५७	५५.६३	३०३
६०	१५.[illegible]	२४.७०	३६.८३	५१.३६	५५.०७	५७.४८	५८.३७	३००
६३	१६.३५	२५.८८	३८.७५	५४.०५	५७.९०	६०.४२	६१.३२	२९७
६६	१६.९९	२७.०५	४०.६७	५६.७५	६०.७५	६३.३३	६४.२८	२९४
६९	१७.६१	२८.२०	४२.६२	५९.४७	६३.६१	६६.२६	६७.२४	२९१
७२	१८.२०	२९.३५	४४.५७	६२.२१	६६.४८	६९.२१	७०.२०	२८८
७५	१८.७७	३०.४८	४६.५५	६४.९७	६९.३७	७२.१६	७३.१७	२८५
७८	१९.३१	३१.५९	४८.५४	६७.७५	७२.२७	७५.११	७६.१५	२८२
८१	१९.८२	३२.६९	५०.५५	७०.७६	७५.१८	७८.०७	७९.१३	२७९
८४	२०.२०	३३.७७	५२.५८	७३.३८	७८.११	८१.०५	८२.११	२७६
८७	२०.७५	३४.८४	५४.६४	७६.३४	८१.०६	८४.०४	८५.१०	२७३
९०	२१.१६	३५.८८	५६.७२	७९.१२	८४.०१	८७.०२	८८.०९	२७०
+ Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	− Arg

Table 13. Arg. = ☉ = (Planet−Sun); Elongations of Planets.

कोष्टक १३.

ग्रहांचीं इनांतरें.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

+ उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	− उप.
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं	अं.	अं.
९०	२१·१६	३५·८८	५६·७२	७९·१२	८४·०१	८७·०२	८८·०९	२७०
९३	२१·५३	३६·९०	५८·८३	८२·०३	८६·९९	९०·०२	९१·०१	२६७
९६	२१·८६	३७·८९	६०·९८	८४·९६	८९·९८	९३·०२	९४·१०	२६४
९९	२२·१४	३८·८५	६३·१५	८७·९२	९२·९९	९६·०३	९७·११	२६१
१०२	२२·३८	३९·७९	६५·३७	९०·९[illegible]	९६·०२	९९·०४	१००·१२	२५८
१०५	२२·५६	४०·६८	६७·६३	९३·९४	९९·०६	१०२·०७	१०३·१४	२५५
१०८	२२·६९	४१·५४	६९·९४	९७·०[illegible]	१०२·१२	१०५·११	१०६·१७	२५२
१११	२२·७६	४२·३५	७२·३०	१००·१९	१०५·१९	१०८·१६	१०९·२०	२४९
११४	२२·७७	४३·११	७४·७२	१०३·२[illegible]	१०८·२९	१११·२१	११२·२३	२४६
११७	२२·७१	४३·८२	७७·२१	१०६·३७	१११·४०	११७·२७	११५·२७	२४३
१२०	२२·५७	४४·४६	७९·७७	१०९·५५	११४·५३	११७·३४	११८·३२	२४०
१२३	२२·३६	४५·०३	८२·४२	११२·७९	११७·६७	१२०·४३	१२१·३७	२३७
१२६	२२·०७	४५·५१	८५·१६	११६·०६	१२०·८३	१२३·५१	१२४·४३	२३४
१२९	२१·६९	४५·९०	८८·०१	११९·३५	१२४·०१	१२६·६१	१२७·४९	२३१
१३२	२१·२२	४६·१७	९०·९९	१२२·६९	१२७·२१	१२९·७०	१३०·५५	२२८
१३५	००·६५	४६·३१	९४·११	१२६·०६	१३०·४२	१३२·८१	१३३·६२	२२५
१३८	१९·९८	४६·३०	९७·३९	१२९·४७	१३३·६५	१३५·९२	१३६·६९	२२२
१४१	१९·२१	४६·११	१००·८८	१३२·९१	१३६·८९	१३९·०४	१३९·७७	२१९
१४४	१८·३३	४५·७१	१०४·५६	१३६·३८	१४०·१५	१४२·१७	१४२·८५	२१६
१४७	१७·३४	४५·०४	१०८·५१	१३९·८९	१४३·४२	१४५·३१	१४५·९३	२१३
१५०	१६·२३	४४·०७	११२·७५	१४३·४२	१४६·७०	१४८·४४	१४९·०२	२१०
१५३	१५·०२	४२·७३	११७·३४	१४६·९९	१५०·००	१५ ·०८	१५२·११	२०७
१५६	१३·६९	४०·९४	१२२·३१	१५०·५८	१५३·३०	१५४·७२	१५५·२०	२०४
१५९	१२·२६	३८·६०	१२७·७३	१५४·२०	१५६·६१	१५७·८८	१५८·३०	२०१
१६२	१०·७२	३५·६१	१३३·६५	१५७·८४	१५९·९४	१६१·०३	१६१·३९	१९८
१६५	९·०९	३१·८५	१४०·११	१६१·५०	१६३·२७	१६४·१८	१६४·४९	१९५
१६८	७·३८	२७·२१	१४७·१४	१६५·१८	१६६·६१	१६७·३४	१६७·५९	१९२
१७१	५·६०	२१·६१	१५४·७३	१६८·८७	१६९·९५	१७०·५०	१७०·६९	१८९
१७४	३·७६	१५·०८	१६२·८३	१७२·५८	१७३·३०	१७३·६७	१७३·७९	१८६
१७७	१·८९	७·७६	१७१·३१	१७६·२९	१७६·६५	१७६·८३	१७६·८९	१८३
१८०	०·००	०·००	१८०·००	१८०·००	१८०·००	१८०·००	१८०·००	१८०
+ Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	− Arg.

Table 13. Arg. = O; The Elongations of the Planets.

कोष्टक १४.

ग्रहांचे शीघ्रकर्ण.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	उप.
अं.								अं.
०	१·३८७	१·७२३	२·५२४	६·२०३	१०·५३९	२०·१८३	३१·०५४	३६०
३	१·३८७	१·७२३	२·५२३	६·२०२	१०·५३७	२०·१८२	३१·०५२	३५७
६	१·३८६	१·७२१	२·५२०	६·१९८	१०·५३४	२०·१७८	३१·०४९	३५४
९	१·३८४	१·७१८	२·५१६	६·१९२	१०·५२८	२०·१७२	३१·०४१	३५१
१२	१·३८१	१·७१४	२·५१०	६·१८४	१०·५१९	२०·१६२	३१·०३३	३४८
१५	१·३७८	१·७०९	२·५०३	६·१७४	१०·५०८	२०·१५१	३१·०२०	३४५
१८	१·३७३	१·७०३	२·४९४	६·१६२	१०·४९४	२०·१३७	३१·००७	३४२
२१	१·३६८	१·६९५	२·४८३	६·१४७	१०·४७९	२०·१२१	३०·९८९	३३९
२४	१·३६३	१·६८७	२·४७१	६·१३०	१०·४६०	२०·१०१	३०·९७१	३३६
२७	१·३५६	१·६७७	२·४५७	६·१११	१०·४३९	२०·०८०	३०·९४८	३३३
३०	१·३४९	१·६६६	२·४४१	६·०८९	१०·४१७	२०·०५६	३०·९२५	३३०
३३	१·३४१	१·६५४	२·४२४	६·०६६	१०·३९२	२०·०३०	३०·८९८	३२७
३६	१·३३३	१·६४१	२·४०६	६·०४१	१०·३६५	२०·००१	३०·८७०	३२४
३९	१·३२३	१·६२७	२·३८५	६·०१३	१०·३३५	१९·९७०	३०·८३८	३२१
४२	१·३१३	१·६१२	२·३६३	५·९८४	१०·३०४	१९·९३८	३०·८०५	३१८
४५	१·३०३	१·५९६	२·३४०	५·९५२	१०·२७०	१९·९०३	३०·७६९	३१५
४८	१·२९१	१·५७८	२·३१५	५·९१९	१०·२३५	१९·८६६	३०·७३३	३१२
५१	१·२७९	१·५६०	२·२८९	५·८८४	१०·१९८	१९·८२७	३०·६९३	३०९
५४	१·२६७	१·५४१	२·२६१	५·८४७	१०·१५९	१९·७८८	३०·६५३	३०६
५७	१·२५४	१·५२०	२·२३२	५·८०८	१०·११८	१९·७४६	३०·६१०	३०३
६०	१·२४०	१·४९९	२·२०१	५·७६८	१०·०७६	१९·७०३	३०·५६७	३००
६३	१·२२५	१·४७६	२·१६९	५·७२७	१०·०३२	१९·६५९	३०·५२१	२९७
६६	१·२१०	१·४५३	२·१३६	५·६८३	९·९८७	१९·६१३	३०·४७५	२९४
६९	१·१९५	१·४२९	२·१०१	५·६३९	९·९४१	१९·५६७	३०·४२७	२९१
७२	१·१७९	१·४०४	२·०६५	५·५९३	९·८९४	१९·५१७	३०·३७९	२८८
७५	१·१६२	१·३७७	२·०२७	५·५४६	९·८४५	१९·४६८	३०·३२९	२८५
७८	१·१४५	१·३५१	१·९८९	५·४९८	९·७९६	१९·४१६	३०·२७८	२८२
८१	१·१२७	१·३२३	१·९४९	५·४४९	९·७४५	१९·३६५	३०·२२७	२७९
८४	१·१०९	१·२९४	१·९०८	५·४००	९·६९४	१९·३१२	३०·१७५	२७६
८७	१·०९१	१·२६४	१·८६६	५·३४९	९·६४३	१९·२६०	३०·१२३	२७३
९०	१·०७२	१·२३४	१·८२२	५·२९८	९·५९१	१९·२०९	३०·०७१	२७०
Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 14. Arg. = C; Distances from the Earth.

कोष्टक १४.

ग्रहांचे शीघ्रकर्ण.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	उप.
अं.								अं.
९०	१.०७२	१.२३४	१.८२२	५.२९८	९.५९१	१९.२०९	३०.०७१	२७०
९३	१.०५३	१.२०३	१.७८८	५.२४६	९.५३९	१९.१५२	३०.०११	२६७
९६	१.०३४	१.१७१	१.७३३	५.१९४	९.४८७	१९.१०५	२९.९६६	२६४
९९	१.०१४	१.१३९	१.६८७	५.१४२	९.४३४	१९.०५३	२९.८१४	२६१
१०२	०.९९४	१.१०६	१.६३९	५.०९०	९.३८२	१९.००१	२९.८६२	२५८
१०५	.९७४	१.०७२	१.५९१	५.०३७	९.३३०	१८.९५०	२९.७११	२५५
१०८	.९५४	१.०३७	१.५४३	४.९८५	९.२७९	१८.८९८	२९.७६०	२५२
१११	.९३४	१.००२	१.४९३	४.९३४	९.२२८	१८.८४९	२९.७१०	२४९
११४	.९१४	०.९६७	१.४४३	४.८८२	९.१७८	१८.७९९	२९.६६१	२४६
११७	०.८९४	०.९३१	१.३९२	४.८३२	९.१२८	१८.७५१	२९.६१४	२४३
१२०	०.८७३	०.८९४	१.३४१	४.७८२	९.०८०	१८.७०३	२९.५६७	२४०
१२३	.८५३	.८५७	१.२८९	४.७३३	९.०३३	१८.६५८	२९.५२२	२३७
१२६	.८३३	.८२०	१.२३७	४.६८५	८.९८७	१८.६१३	२९.४७८	२३४
१२९	.८१४	.७८३	१.१८५	४.६३९	८.९४३	१८.५७१	२९.४३६	२३१
१३२	.७९५	.७४५	१.१३२	४.५९४	८.९०१	१८.५२९	२९.३९४	२२८
१३५	.७७६	.७०७	१.०८०	४.५५१	८.८६०	१८.४९१	२९.३५७	२२५
१३८	.७५८	.६६९	१.०२८	४.५१०	८.८२१	१८.४५२	२९.३१९	२२२
१४१	.७४०	.६३२	०.९७६	४.४७०	८.७८४	१८.४१८	२९.२८५	२१९
१४४	.७२४	.५९४	०.९२५	४.४३३	८.७५०	१८.३८४	२९.२५१	२१६
१४७	०.७०७	०.५५७	०.८७५	४.३९८	८.७१७	१८.३५४	२९.२२२	२१३
१५०	०.६९२	०.५२०	०.८२६	४.३६५	८.६८७	१८.३२४	२९.१९२	२१०
१५३	.६७८	.४८४	.७७९	४.३३६	८.६६०	१८.२९९	२९.१६७	२०७
१५६	.६६५	.४४९	.७३३	४.३०८	८.६३५	१८.२७४	२९.१४३	२०४
१५९	.६५३	.४१५	.६९०	४.२८४	८.६१३	१८.२५५	२९.१२४	२०१
१६२	.६४३	.३८४	.६५१	४.२६३	८.५९३	१८.२३५	२९.१०५	१९८
१६५	.६३४	.३५५	.६१५	४.२४५	८.५७६	१८.२२१	२९.०९१	१९५
१६८	.६२६	.३२९	.५८४	४.२३०	८.५६३	१८.२०६	२९.०७७	१९२
१७१	.६२१	.३०७	.५५८	४.२१८	८.५५२	१८.१९८	२९.०६८	१८९
१७४	.६१६	.२९१	.५३९	४.२१०	८.५४४	१८.१८९	२९.०६०	१८६
१७७	.६१४	.२८०	.५२८	४.२०४	८.५४०	१८.१८६	२९.०५७	१८३
१८०	०.६१३	०.२७७	०.५२४	४.२०३	८.५३९	१८.१८३	२९.०५४	१८०
Arg.	Mer.	Ven.	Mars	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.	Arg.

Table 14. Argument = C; Distances from the Earth.

कोष्टक १५.

ग्रहांचीं भूमध्यगतिफलें.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उप.	उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.
अं.	अं.	कला	कला	कला	कला	कला	कला	कला
०	३६०	+५२·२	+१५·५	−१६·७	−४५·५	−५१·८	−५५·५	−५६·९
३	३५७	५२·१	१५·५	१६·७	४५·५	५१·८	५५·५	५६·९
६	३५४	५१·९	१५·५	१६·७	४५·५	५१·८	५५·५	५६·९
९	३५१	५१·६	१५·४	१६·७	४५·६	५१·८	५५·६	५६·९
१२	३४८	५१·६	१५·४	१६·८	४५·६	५१·९	५५·६	५६·९
१५	३४५	५१·४	१५·४	१६·८	४५·६	५१·९	५५·७	५६·९
१८	३४२	५०·९	१५·४	१६·८	४५·७	५२·०	५५·७	५७·०
२१	३३९	५०·६	१५·३	१६·९	४५·८	५२·१	५५·८	५७·०
२४	३३६	५०·३	१५·३	१६·९	४५·८	५२·१	५५·८	५७·०
२७	३३३	४९·९	१५·३	१६·९	४५·९	५२·२	५५·९	५७·०
३०	३३०	+४९·६	+१५·३	−१७·०	−४६·०	−५२·४	−५५·९	−५७·१
३३	३२७	४९·१	१५·२	१७·०	४६·२	५२·५	५६·०	५७·१
३६	३२४	४८·५	१५·२	१७·१	४६·४	५२·६	५६·०	५७·२
३९	३२१	४७·८	१५·१	१७·१	४६·६	५२·७	५६·१	५७·२
४२	३१८	४७·२	१५·०	१७·२	४६·८	५२·८	५६·२	५७·३
४५	३१५	४६·५	१४·९	१७·३	४६·९	५२·९	५६·३	५७·३
४८	३१२	४५·७	१४·९	१७·३	४७·१	५३·१	५६·४	५७·४
५१	३०९	४४·७	१४·८	१७·४	४७·४	५३·३	५६·५	५७·५
५४	३०६	४३·५	१४·७	१७·४	४७·७	५३·५	५६·६	५७·६
५७	३०३	४२·२	१४·७	१७·५	४८·०	५३·७	५६·७	५७·६
६०	३००	+४१·०	+१४·६	−१७·६	−४८·२	−५३·९	−५६·९	−५७·७
६३	२९७	३९·८	१४·४	१७·७	४८·६	५४·१	५७·०	५७·८
६६	२९४	३८·५	१४·३	१७·८	४८·९	५४·३	५७·२	५७·९
६९	२९१	३७·०	१४·२	१८·०	४९·३	५४·५	५७·३	५८·०
७२	२८८	३५·४	१४·१	१८·१	४९·६	५४·७	५७·४	५८·१
७५	२८५	३३·५	१३·८	१८·३	५०·०	५५·०	५७·५	५८·२
७८	२८२	३१·७	१३·७	१८·५	५०·४	५५·३	५७·६	५८·३
८१	२७९	२९·८	१३·४	१८·६	५०·७	५५·६	५७·८	५८·४
८४	२७६	२८·०	१३·२	१८·९	५१·३	५५·८	५७·९	५८·५
८७	२७३	२५·५	१२·९	१९·१	५१·८	५६·२	५८·१	५८·६
९०	२७०	+२३·०	+१२·७	−१९·४	−५२·४	−५६·५	−५८·२	−५८·७
Arg.	Arg.	Mer.	Ven.	Mars.	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 15. Arg. = C; Inequalities of the Geocentric Motions.

कोष्टक १५.

ग्रहांचीं भूमध्यगतिफलें.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उप.	उप.	बुध.	शुक्र	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.
अं.	अं.	क.	क.	क.	क.	क.	क.	क.
९०	२७०	+ २३.०	+ १२.७	−१९.४	−५२.४	−५६.५	−५८.२	−५८.७
९३	२६७	२०.५	१२.४	१९.७	५२.७	५६.८	५८.३	५८.८
९६	२६४	१७.४	१२.१	१९.९	५३.२	५७.१	५८.५	५८.९
९९	२६१	१४.२	११.७	२०.२	५३.८	५७.५	५८.७	५९.०
१०२	२५८	११.२	११.३	२०.७	५४.३	५७.७	५८.९	५९.१
१०५	२५५	७.९	१०.८	२१.१	५४.९	५८.०	५९.०	५९.२
१०८	२५२	४.३	१०.२	२१.५	५५.४	५८.३	५९.२	५९.३
१११	२४९	+ ०.४	९.७	२२.०	५६.०	५८.७	५९.४	५९.४
११४	२४६	− ३.७	९.०	२२.६	५६.७	५९.१	५९.६	५९.५
११७	२४३	८.१	८.३	२३.२	५७.४	५९.४	५९.७	५९.६
१२०	२४०	− १३.०	+ ७.४	−२४.०	−५८.०	−५९.६	−५९.९	−५९.८
१२३	२३७	१८.०	६.४	२४.८	५८.५	६०.०	६०.०	५९.९
१२६	२३४	२३.४	५.३	२५.७	५९.०	६०.४	६०.२	६०.०
१२९	२३१	२९.२	४.१	२६.८	५९.८	६०.७	६०.३	६०.१
१३२	२२८	३५.४	२.६	२८.१	६०.५	६०.९	६०.४	६०.१
१३५	२२५	४१.६	+ ०.९	२९.५	६१.२	६१.३	६०.५	६०.२
१३८	२२२	४८.२	− १.२	३१.२	६१.८	६१.५	६०.७	६०.३
१४१	२१९	५४.९	३.७	३३.१	६२.५	६१.८	६०.९	६०.३
१४४	२१६	६१.५	६.५	३५.२	६३.०	६२.१	६१.०	६०.४
१४७	२१३	६८.३	१०.१	३७.७	६३.५	६२.४	६१.१	६०.४
१५०	२१०	− ७५.८	− १४.२	− ४०.७	−६४.१	−६२.७	−६१.२	−६०.५
१५३	२०७	८२.६	१९.४	४४.१	६४.६	६२.९	६१.३	६०.५
१५६	२०४	८९.५	२५.४	४८.०	६५.२	६३.०	६१.४	६०.६
१५९	२०१	९५.७	३२.८	५३.२	६५.५	६३.२	६१.४	६०.६
१६२	१९८	१०१.३	४१.६	५७.१	६५.९	६३.३	६१.४	६०.६
१६५	१९५	१०६.३	५१.८	६२.२	६६.३	६३.४	६१.५	६०.७
१६८	१९२	११०.६	६३.२	६७.६	६६.६	६३.६	६१.५	६०.७
१७१	१८९	११३.७	७४.९	७२.३	६६.८	६३.७	६१.६	६०.७
१७४	१८६	११६.२	८५.३	७६.५	६७.०	६३.८	६१.६	६०.७
१७७	१८३	११७.४	९३.०	७९.३	६७.०	६३.८	६१.६	६०.८
१८०	१८०	−११७.४	− ९५.७	− ८०.२	−६७.०	−६३.८	−६१.६	−६०.८
Arg.	A g.	r.	Ven.	Mars.	Jup.	Sat.	Ura.	Nep.

Table 15. Arg. = 0; Inequalities of the Geocentric Motions.

उपकोष्टक १५.

बुधगतिस्पष्टीकरण.

उपकरण=बुधाचें मंदकेंद्र.

मंद-केंद्र.	गतिफल गुणक.	वर्तुलांश गुणक.	मंद-केंद्र.	गति. गुणक	वर्तुलांश गुणक.	मंद-केंद्र	गतिफल गुणक.	वर्तुलांश णक.
०	१·३४	+·००००	१२०	·८४	+·००३८	२४०	·८७	–·००४१
१२	१·३४	·००१९	१३२	·८१	·००३०	२५२	·९१	·००४७
२४	१·३०	·००३५	१४४	·८०	·०७२३	२६४	·९६	·००५१
३६	१·२४	·००४७	१५६	·७८	·००१४	२७६	१·०१	·००५४
४८	१·१७	·००५५	१६८	·७८	+·०००६	२८८	१·०७	·००५६
६०	१·१०	·००६०	१८०	·७८	– ·०००३	३००	१·१४	·००५५
७२	१·०३	·००५९	१९२	·७८	·००११	३१२	१·२०	·००५१
८४	·९७	·००५६	२०४	·८०	·००२०	३२४	१·२७	·००४३
९६	·९२	·००५२	२१६	·८१	·००२७	३३६	१·३२	·००३१
१०८	·८७	·००४६	२२८	·८४	·००३३	३४८	१·३४	·००१५
१२०	·८४	+·००३८	२४०	·८७	– ·००४१	३६०	१·३४	–·००००
Arg.	Coef.	Coef.	Arg.	Coef	Coef	Arg	Coef	Coef

Sub-Table 15. Arg.=Mean Anomaly of Mercury. Correction to Geocentric Motion of Mercury.

उपकोष्टक १६.

शुक्र आणि मंगळ यांची चकाकी.

उपकरण=शीघ्रकेंद्र.

उपकरण.		शुक्र.	भौम.	उपकरण.		शुक्र.	भौम.	उपकरण.		शुक्र.	भौम.
°	°	च.	च.	°	°	च.	च.	°	°	च.	च.
०	३६०	२३	४	६०	३००	२८	५	१२०	२४०	५२	१३
१२	३४८	२४	४	७२	२८८	३०	६	१३२	२२८	६७	१७
२४	३३६	२४	४	८४	२७६	३४	७	१४४	२१६	८७	२८
३६	३२४	२५	५	९६	२६४	३९	९	१५६	२०४	१००	४६
४८	३१२	२६	५	१०८	२५२	४५	१०	१६८	१९२	६३	७८
६०	३००	२८	५	१२०	२४०	५२	१३	१८०	१८०	०	१००
Arg.	Arg.	Ven	Mar.	Arg.	Arg.	Ven.	Mar.	Arg.	Arg.	Ven	Mar.

Sub-Table 16. Arg.–C; Brilliancy of Venus and Mars.

कोष्टक १६.

ग्रहांचीं बिंबें आणि शुक्र व मंगळ यांच्या कला.

उपकरण = शीघ्रकेंद्र.

उपकरण १ ल्या सदरांत असेल तर १ ल्या सदरांतील बिंबसाम्य घ्यावें २ ऱ्यांत असतांना २ ऱ्या सदरांतील घ्यावें.

शीघ्रकेंद्र.		ग्रहांचीं बिंबें (Discs).							चंद्र बिंबसाम्य		चंद्र बिंबसाम्य	
उप.	उप.	बुध.	शुक्र.	मंगळ.	गुरु.	शनि.	वरुण.	इंद्र.	शुक्र.	शुक्र.	मंगळ	मगळ.
अं.	अं.	वि.	वि.	वि.	वि.	वि.	वि.	वि.	तिथि	तिथि	तिथि	तिथि
०	३६०	५	१०	४	३२	१६	४	३	१५	१५	१५	१५
१२	३४८	५	१०	४	३२	१६	४	३	१४	१६	१४	१५
२४	३३६	५	१०	४	३२	१६	४	३	१४	१६	१४	१६
३६	३२४	५	१०	५	३२	१६	४	३	१३	१७	१४	१६
४८	३१२	५	१०	५	३३	१६	४	३	१३	१७	१३	१७
६०	३००	५	११	५	३४	१६	४	३	१२	१८	१३	१७
७२	२८८	६	१२	५	३५	१७	४	३	११	१९	१३	१७
८४	२७६	६	१३	६	३६	१७	४	३	११	१९	१२	१८
९६	२६४	६	१४	६	३८	१८	४	३	१०	२०	१२	१८
१०८	२५२	७	१६	७	३९	१८	४	३	९	२०	१२	१८
१२०	२४०	८	१८	८	४१	१८	४	३	९	२१	१२	१८
१३२	२२८	८	२२	१०	४३	१९	४	३	८	२२	१२	१८
१४४	२१६	९	२८	१२	४४	१९	४	३	७	२३	१२	१८
१५६	२०४	१०	३७	१५	४६	१९	४	३	५	२५	१२	१८
१६८	१९२	११	५०	१९	४६	१९	४	३	३	२७	१३	१७
१८०	१८०	११	६०	२१	४७	१९	४	३	३०	३०	१५	१५

Table 16. Arg.=O; Discs of Planets and Phases of Ven. and Mars.

अवांतर माहिती.

ग्रह ...	बु.	शु.	मं.	गु.	श.	व.	इं.
स्तंभकाळीं इनांतरांश	१९	२९	१३७	११६	१०८	१०३	१००
वक्रत्वाचे दिवस	२२	५२	६०	१२०	१३५	१५०	१५६
वक्रत्वाचे चापांश	८	१८	२०	९	६	४	३

कोष्टक १७.

चंद्रगणिताचीं मध्यममानें.

उपकरण = चक्रें व अहर्गण.

Epoch क्षेपक :— उज्जयिनी, मध्यमसूर्योदय, शाके १८०० चैत्रशुक्ल १ दा बुधवार.

शा. श.	उप. १ लें	उप. २ रें	उप: ३ रें	उप. ४ थें	चंद्र	च. शु. राहु.
वर्ष	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८००	९०.४०	६.१९	१६४.४८	२०५.५६	३४६.२९७	६२.३७५

चक्रगति. (Motion for Cycles.)

उप.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१	.०६	३.८०	५६.५५	३११.०४	३.९२७	७.७६१
२	.१३	७.६०	११३.११	२६२.०९	७.८५३	१५.५३८
३	.२०	११.४०	१६९.६६	२१३.१३	११.७८०	२३.३०७
४	.२७	१५.२०	२२६.२१	१६४.१८	१५.७०६	३१.०७७
५	.३३	१८.९९	२८२.७७	११५.२२	१९.६३३	३८.८४६
६	.४०	२२.७९	३३९.३२	६६.२७	२३.५६०	४६.६१५
७	.४७	२६.५९	३५.८८	१७.३१	२७.४८६	५४.३८४
८	.५३	३०.३९	९२.४३	३२८.३५	३१.४१३	६२.१५३
९	.६०	३४.१९	१४८.९८	२७९.४०	३५.३३९	६९.९२३
१०	.६७	३७.९९	२०५.५४	२३०.४४	३९.२६६	७७.६९२
२०	१.३४	७५.९८	५१.०७	१००.८८	७८.५३२	१५५.३८३
३०	२.०१	११३.९६	२५६.६१	३३१.३३	११७.७९८	२३३.०७५
४०	२.६८	१५१.९५	१०२.१५	२०१.७७	१५७.०६४	३१०.७६७
५०	३.३४	१८९.९४	३०७.६८	७२.२१	१९६.३३०	२८.४५८
Arg.						

अहर्गणगति. (Motion for Days.)

उप.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१	०.९९	१२.१९	११.३२	१३.०६	१३.१७६	०.०५३
२	१.९७	२४.३८	२२.६३	२६.१३	२६.३५३	.१०६
३	२.९६	३६.५७	३३.९५	३९.१९	३९.५२९	.१५९
४	३.९४	४८.७६	४५.२७	५२.२६	५२.७०५	.२१२
५	४.९३	६०.९५	५६.५८	६५.३२	६५.८८२	.२६५
६	५.९१	७३.१४	६७.९०	७८.३९	७९.०५८	.३१८
७	६.९०	८५.३३	७९.२२	९१.४५	९२.२३४	.३७१
८	७.८८	९७.५३	९०.५३	१०४.५२	१०५.४११	.४२४
९	८.८७	१०९.७२	१०१.८५	११७.५८	११८.५८७	०.४७७
Arg.	Arg. 1	Arg. 2	Arg. 3	Arg. 4	Moon	S. Node

Table 17. Epochs and Motions of Arguments, Moon and Supplement of Node.

कोष्टक १७.

मध्यमगति.

उपकरण = अहर्गण.

उपक.	१ लें उप.	२ रें उप.	३ रें उप.	४ थें उप.	चंद्र	च. शु. राहु.
दिवस.	अं	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१०	९.८६	१२१.९१	११३.१६	१३०.६५	१३१.७६४	०.५३०
२०	१९.७१	२४३.८१	२२६.३३	२६१.३०	२६३.५२७	१.०६०
३०	२९.५७	५.७२	३३९.४९	३१.९५	३५.२९१	१.५९०
४०	३९.४२	१२७.६३	९२.६६	१६२.६०	१६७.०५४	२.१२०
५०	४९.२८	२४९.५४	२०५.८२	२९३.२५	२९८.८१८	२.६५०
६०	५९.१४	११.४४	३१८.९९	६३.९०	७०.५८२	३.१८०
७०	६८.९९	१३३.३५	७२.१५	१९४.५५	२०२.३४५	३.७१०
८०	७८.८५	२५५.२६	१८५.३२	३२५.२०	३३४.१०९	४.२४०
९०	८८.७०	१७.१७	२९८.४८	९५.८५	१०५.८७२	४.७७०
१००	९८.५६	१३९.०७	५१.६५	२२६.५०	२३७.६३६	५.३००
२००	१९७.१२	२७८.१५	१०३.३०	९३.००	११५.२७२	१०.५९९
३००	२९५.६८	५७.२२	१५४.९५	३१९.५०	३५२.९०८	१५.८९८
४००	३४.२४	१९६.३०	२०६.६०	१८६.००	२३०.५४३	२१.१९७
५००	१३२.८०	३३५.३७	२५८.२५	५२.५०	१०८.१७९	२६.४९६
६००	२३१.३६	११४.४५	३०९.९०	२७८.९९	३४५.८१५	३१.७९५
७००	३२९.९३	२५३.५२	१.५५	१४५.४९	२२३.४५१	३७.०९४
८००	६८.४९	३२.६०	५३.२०	११.९९	१०१.०८७	४२.३९३
९००	१६७.०५	१७१.६७	१०४.८५	२३८.४९	३३८.७२२	४७.६९२
१०००	२६५.६१	३१०.७५	१५६.५०	१०४.९९	२१६.३५८	५२.९९१
२०००	१७१.२२	२६१.५०	३१३.०१	२०९.९८	७२.७१६	१०५.९८४
३०००	७६.८३	२१२.२५	१०९.५२	३१४.९७	२८९.०७५	१५८.९७७
४०००	३४२.४४	१६३.००	२६६.०२	५९.९७	१४५.४३३	२११.९७०
५०००	२४८.०५	११३.७५	६२.५३	१६४.९६	१.७९१	२६४.९६३
६०००	१५३.६५	६४.४९	२१९.०३	२६९.९५	२१८.१५०	३१७.९५६
१३	१२.८१	१५८.४८	१४७.११	१६९.८४	१७१.२९३	०.६८९
१४	१३.८०	१७०.६७	१५८.४२	१८२.९१	१८४.४६९	.७४२
१५	१४.७८	१८२.८६	१६९.७४	१९५.९७	१९७.६४५	.७९५
१६	१५.७७	१९५.०६	१८१.०६	२०९.०४	२१०.८२२	०.८४८
Arg.	Arg. 1	Arg. 2	Arg. 3	Arg. 4	Moon	Sup. of Node.

Table 17. Motions for days of Arguments, Moon and Supplement of Node.

कोष्टक १८.

निरनिराळ्या उपकरणांवरून येणारे चंद्राचे संस्कार आणि चंद्राचा शर.

	मध्यम चंद्रास देण्याचे संस्कार.					चंद्रशर.	संस्कार
उप.	गति १ लें उप.	तिथि २ रें उप.	च्युति ३ रें उप.	मंदफल ४ थें उप.	परिणति (चं + रा.) ५ वें उप.	निजशर (चद्र + राहु) + · १५ अं.	द्विगुण दुसरें − ५ वें
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं. क.	क.
०	·२५	·८०	१·३०	६·५०	·१५	+ ० ०·०	+ ०·०
६	·२३	·९२	१·४३	७·२१	·१३	० ३२·२	०·९
१२	·२१	१·०४	१·५६	७·९०	·१०	१ ४·१	१·८
१८	·१९	१·१४	१·६९	८·५७	·०८	१ ३५·३	२·७
२४	·१७	१·२३	१·८१	९·२२	·०७	२ ५·५	३·६
३०	·१६	१·३०	१·९३	९·८४	·०५	२ ३४·३	४·४
३६	·१४	१·३५	२·०४	१०·४१	·०४	३ १·४	५·२
४२	·१२	१·३७	२·१४	१०·९३	·०४	३ २६·५	५·९
४८	·११	१·३७	२·२३	११·३९	·०४	३ ४९·३	६·५
५४	·१०	१·३४	२·३२	११·८०	·०४	४ ९·७	७·१
६०	·०९	१·२८	२·३८	१२·१३	·०५	४ २७·३	७·६
६६	·०८	१·२१	२·४४	१२·४०	·०७	४ ४२·०	८·१
७२	·०७	१·११	२·४८	१२·५९	·०८	४ ५३·६	८·४
७८	·०७	१·०१	२·५२	१२·७२	·१०	५ २·०	८·६
८४	·०७	·८९	२·५४	१२·७८	·१३	५ ७·१	८·८
९०	·०६	·७७	२·५४	१२·७७	·१५	५ ८·८	८·८
९६	·०७	·६४	२·५३	१२·६९	·१७	५ ७·१	८·८
१०२	·०७	·५३	२·५१	१२·५५	·२०	५ २·०	८·६
१०८	·०७	·४२	२·४७	१२·३५	·२२	४ ५३·६	८·४
११४	·०८	·३३	२·४३	१२·०८	·२३	४ ४२·०	८·१
१२०	·०९	·२६	२·३६	११·७६	·२५	४ २७·३	७·६
१२६	·१०	·२१	२·३०	११·३९	·२६	४ ९·७	७·१
१३२	·११	·१८	२·२१	१०·९७	·२६	३ ४९·३	६·५
१३८	·१३	·१९	२·१२	१०·५०	·२६	३ २६·५	५·९
१४४	·१४	·२१	२·०२	१०·००	·२६	३ १·४	५·२
१५०	·१६	·२७	१·९१	९·४६	·२५	२ ३४·३	४·४
१५६	·१८	·३४	१·८०	८·९०	·२३	२ ५·५	३·६
१६२	·१९	·४४	१·६८	८·३३	·२२	१ ३५·३	२·७
१६८	·२१	·५५	१·५५	७·७३	·२०	१ ४·१	१·८
१७४	·२३	·६७	१·४३	७·१२	·१७	० ३२·२	०·९
१८०	·२५	·८०	१·३०	६·५०	·१५	+ ० ०·०	+ ०·०
	A	B	C	D	E	Latitude	F
Arg.	Arg. 1	Arg. 2	Arg. 3	Arg. 4	Arg. 5 (M + N)	(Arg. 5 + 0°. 15)	2Arg 2 −Arg 5

Table 18. The Lunar Inequalities and Latitude.
A = Annual Variation, B = Variation, C = Evection,
D = Equation of Centre, E = Reduction, F = Perturbation of latitude. येथें रा. किंवा राहु म्हणजे चक्रशुद्ध राहु असें समजावें.

कोष्टक १८.

निरनिराळ्या उपकरणांवरून येणारे चंद्राचे संस्कार आणि चंद्रशर.

उप.	मध्यम चंद्रास देण्याचे संस्कार.					चंद्रशर.		संस्कार
	गति १ लें उप.	तिथि २ रें उप.	च्युति ३ रें उप.	मंदफल ४ थें उप.	परिणति (चं.+रा'.) ५ वें उप.	निजशर. (चं.+रा'.) +·१५ अं.		द्विगुण दुसरें −५ वें
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	क.	क.
१८०	·२५	·८०	१·३०	६·५०	·१५	−०	०·०	−०·०
१८६	·२७	·९३	१·१७	५·८८	·१३	०	३२·२	०·९
१९२	·२९	१·०५	१·०५	५·२७	·१०	१	४·१	१·८
१९८	·३१	१·१६	·९२	४·६७	·०८	१	३५·३	२·७
२०४	·३२	१·२६	·८०	४·१०	·०७	२	५·५	३·६
२१०	·३४	१·३३	·६९	३·५४	·०५	२	३४·३	४·४
२१६	·३६	१·३९	·५८	३·००	·०४	३	१·४	५·२
२२२	·३७	१·४१	·४८	२·५०	·०४	३	२६·५	५·९
२२८	·३९	१·४२	·३९	२·०३	·०४	३	४९·३	६·५
२३४	·४०	१·३९	·३०	१·६१	·०४	४	९·७	७·१
२४०	·४१	१·३४	·२४	१·२४	·०५	४	२७·३	७·६
२४६	·४२	१·२७	·१७	·९२	·०७	४	४२·०	८·१
२५२	·४३	१·१८	·१३	·६५	·०८	४	५३·६	८·४
२५८	·४३	१·०७	·०९	·४५	·१०	५	२·०	८·६
२६४	·४३	·९६	·०७	·३१	·१३	५	७·१	८·८
२७०	·४४	·८३	·०६	·२३	·१५	५	८·८	८·८
२७६	·४३	·७१	·०६	·२२	·१७	५	७·१	८·८
२८२	·४३	·५९	·०८	·२८	·२०	५	२·०	८·६
२८८	·४३	·४९	·१२	·४१	·२२	४	५३·६	८·४
२९४	·४२	·३९	·१६	·६०	·२३	४	४२·०	८·१
३००	·४१	·३२	·२२	·८७	·२५	४	२७·३	७·६
३०६	·४०	·२६	·२८	१·२०	·२६	४	९·७	७·१
३१२	·३९	·२३	·३७	१·६१	·२६	३	४९·३	६·५
३१८	·३८	·२३	·४६	२·०७	·२६	३	२६·५	५·९
३२४	·३६	·२५	·५६	२·५९	·२६	३	१·४	५·२
३३०	·३४	·३०	·६७	३·१६	·२५	२	३४·३	४·४
३३६	·३३	·३७	·७९	३·७८	·२३	२	५·५	३·६
३४२	·३१	·४६	·९१	४·४३	·२२	१	३५·३	२·७
३४८	·२९	·५६	१·०४	५·१०	·२०	१	४·१	१·८
३५४	·२७	·६८	१·१७	५·७९	·१७	०	३२·२	०·९
३६०	·२५	·८०	१·३०	६·५०	·१५	−०	०·०	−०·०
Arg.	A	B	C	D	E	Latitude.		F

Table 18. The Lunar Inequalities and Latitude.

See on the reverse.

उपकोष्टक १८.

स्पष्टचंद्रास देण्याचे लहान संस्कार.

हे सहा संस्कार मागें आणलेल्या स्पष्ट चंद्रांत मिळवावे आणि आलेल्या बेरिजेंतून १३ कला वजा कराव्या. म्हणजे स्पष्टतर चंद्र येतो.

उप.	६ वा सं.	७ वा. सं.	८ वा. सं.	९ वा. सं.	१० वा. सं	११वा सं.
	द्विगुण २ रें − १ लें	३ रें−१ लें.	४ थें−१ लें.	४ थें + १ लें	द्विगुण ५ वें − ४ थें	द्विगुण ५ वें −द्विगुण २ रें
अं.	अं.	क.	क.	क.	क.	क.
०	३·०	३·५	२·०	१·५	१·५	१·५
१८	३·८	४·५	२·६	१·१	१·१	१-१
३६	४·५	५·४	३·१	०·९	·८	·८
५४	५·१	६·२	३·५	·६	·५	·५
७२	५·५	६·७	३·८	·४	·३	·३
९०	५·६	६·८	३·९	·३	·१	·१
१०८	५·५	६·७	३·८	·४	·३	·३
१२६	५·१	६·२	३·५	·५	·५	·५
१४४	४·५	५·४	३·१	·८	·८	·८
१६२	३·८	४·५	२·६	१·१	१·१	१·१
१८०	३·०	३·५	२·०	१·५	१·५	१·५
१९८	२·२	२·५	१·४	१·९	१·९	१·९
२१६	१·५	१·६	·९	२·२	२·२	२·२
२३४	·९	·८	·५	२·५	२·५	२·५
२५२	·५	·३	·२	२·७	२·७	२·७
२७०	·४	·२	·१	२·९	२·९	२·९
२८८	·५	·३	·२	२·७	२·७	२·७
३०६	·९	·८	·५	२·५	२·५	२·५
३२४	१·५	१·६	·९	२·२	२·२	२·२
३४२	२·२	२·५	१·४	१·९	१·९	१·९
३६०	३·०	३·५	२·०	१·५	१·५	१·५
	6 th	7 th	8 th	9 th	10 th	11th
Arg.	2(Arg.2) − Arg.1	Arg. 3 −Arg.1	Arg. 4. −Arg.1	Arg. 4 + Arg. 1	2(Arg.5) − Arg. 4	2(Arg.5) -2(Arg2)

Sub-Table 18. Smaller Inequalities of the Moon.

Add these 6 Inequalities to the Longitude of the Moon previously obtained and deduct 13′ from the sum.

कोष्टक १९.

चंद्र व सूर्य यांचीं दिनस्पष्टगति बिंबें व क्षितिज लंबनें.–निरनिराळीं उपकरणीं

चंद्राची दिनस्पष्टगति. Moon's Daily Motion.				चंद्राचें. Moon's			सूर्याची–चें Sun's.			
उप.	२ रें उप	३ रें उप	४थें उप.	उप.-चंद्र स्पष्ट-गति	बिंब	लंबन	उपकरण रविमंद केंद्र चंद्राचें १ लें.		दिन स्पष्ट-गति	बिंब.
अं.	क.	क.	क.	क.	क.	क.	अं.	अं.	क.	क.
०	११४·४	११६·१	६८२·३	६८०	२९·०	५३·१	०	३६०	६१.१	३२.६
१२	१११·९	११५·३	६७६·६	६९०	२९·२	५३·५	१०	३५०	६१.१	३२.६
२४	१०७·०	११४·०	६६७·४	७००	२९·४	५३·९	२०	३४०	६१.०	३२.५
३६	१०१·१	१११·८	६५४·१	७१०	२९·६	५४·२	३०	३३०	६०.९	३२.५
४८	९५·०	१०९·३	६३८·२	७२०	२९·८	५४·२	४०	३२०	६०.७	३२.४
६०	८९·७	१०६·४	६२०·५	७३०	३०·०	५५·०	५०	३१०	६०.४	३२.४
७२	८६·३	१०३·२	६०२·०	७४०	३०·२	५५·४	६०	३००	६०.१	३२.३
८४	८५·०	१००·०	५८४·०	७५०	३०·४	५५·७				
९६	८६·४	९६·४	५६६·९	७६०	३०·६	५६·१				
१०८	९०·१	९३·३	५५१·४	७७०	३०·८	५६·५				
१२०	९५·६	९०·५	५३८·०	७८०	३१·०	५६·८	७०	२९०	५९.७	३२.२
१३२	१०२·०	८८·१	५२७·१	७९०	३१·२	५७·२	८०	२८०	५९.४	३२.१
१४४	१०८·०	८६·५	५१८·७	८००	३१·४	५७·६	९०	२७०	५९.१	३२.०
१५६	११२·६	८५·२	५१३·१	८१०	३१·६	५७·९	१००	२६०	५८.७	३१.९
१६८	११५·६	८४·४	५१०·४	८२०	३१·८	५८·३	११०	२५०	५८.४	३१.८
१८०	११५·२	८४·५	५१०·४	८३०	३२·०	५८·७	१२०	२४०	५८.१	३१.८
१९२	११२·७	८५·२	५१३·२	८४०	३२·२	५९·०				
२०४	१०७·८	८६·३	५१९·२	८५०	३२·४	५९·४				
२१६	१०१·८	८८·४	५२७·६	८६०	३२·६	५९·८				
२२८	९५·५	९०·८	५३९·२	८७०	३२·८	६०·२				
२४०	९०·०	९३·७	५५२·७	८८०	३३·०	६०·५	१३०	२३०	५७.८	३१.७
२५२	८६·२	९६·६	५६८·४	८९०	३३·२	६०·९	१४०	२२०	५७.६	३१.६
२६४	८५·०	१००·०	५८५·६	९००	३३·४	६१·३	१५०	२१०	५७.४	३१.६
२७६	८६·४	१०३·१	६०३·८	९१०	३३·६	६१·६	१६०	२००	५७.३	३१.५
२८८	८९·६	१०६·२	६२२·१	९२०	३३·८	६२·०	१७०	१९०	५७.२	३१.५
३००	९५·०	१०९·२	६३९·७	९३०	३४·०	६२·४	१८०	१८०	५७.१	३१.५
३१२	१०१·२	१११·६	६५५·६	९४०	३४·२	६२.८				
३२४	१०७·२	११३·९	६६८·६	९५०	३४·४	६३.१				
३३६	१११·९	११५·३	६७७·६	९६०	३४·६	६३.५				
३४८	११४·३	११६·२	६८२·५	९७०	३४·८	६३.९				
३६०	११४·४	११६·१	६८२·३	९८०	३५·०	६४.३				
Arg.	Arg 2	Arg 3	Arg 4	Arg. D	Disc	P.	Arg. 1	Arg. 1	D	Disc.

Table 19. Daily Motions, Discs and Parallaxes of Moon and Sun. D=Daily Motion; P=Parallax.

कोष्टक २०.

ग्रहशराचा भुजगुणक.

उपकरण = सायनग्रह.

उप.	० अं.	३० अं.	६० अं.	९० अं.	१२० अं.	१५० अं.	उप.
अं.	−	−	−	+	+	+	अं.
०	·४३४	·३७६	·२१७	·०००	·२१७	०·३७६	३०
३	·४३३	·३६४	·१९७	·०२३	·२३६	·३८७	२७
६	·४३२	·३५१	·१७७	·०४५	·२५५	·३९७	२४
९	·४२९	·३३७	·१५६	·०६८	·२७३	·४०५	२१
१२	·४२४	·३२३	·१३४	·०९०	·२९१	·४१३	१८
१५	·४१९	·३०७	·११२	·११२	·३०७	·४१९	१५
१८	·४१३	·२९१	·०९०	·१३४	·३२३	·४२४	१२
२१	·४०५	·२७३	·०६८	·१५६	·३३७	·४२९	९
२४	·३९७	·२५५	·०४५	·१७७	·३५१	·४३२	६
२७	·३८७	·२३६	·०२३	·१९७	·३६४	·४३३	३
३०	·३७६	·२१७	·०००	·२१७	·३७६	·४३४	०
	−	−	−	+	+	+	
Arg.	३३० अं.	३०० अं.	२७० अं.	२४० अं.	२१० अं.	१८० अं.	Arg.

Table 20. Arg = Tropical Longitude; Multiplier (m).

कोष्टक २१.

ग्रहशराचा कर्णगुणक.

उपकरण = सायनग्रह.

उप.	० अं.	३० अं.	६० अं.	९० अं.	१२० अं.	१५० अं.	उप.
अं.	+	+	+	+	+	+	+
०	१·०९०	१·०६८	१·०२३	१·०००	१·०२३	१·०६८	३०
३	१·०९०	१·०६४	१·०१९	१·०००	१·०२८	१·०७२	२७
६	१·०८९	१·०६०	१·०१५	१·००१	१·०३२	१·०७६	२४
९	१·०८८	१·०५५	१·०१२	१·००२	१·०३७	१·०७९	२१
१२	१·०८६	१·०५१	१·००९	१·००४	१·०४१	१·०८२	१८
१५	१·०८४	१·०४६	१·००६	१·००६	१·०४६	१·०८४	१५
१८	१·०८२	१·०४१	१·००४	१·००९	१·०५१	१·०८६	१२
२१	१·०७९	१·०३७	१·००२	१·०१२	१·०५५	१·०८८	९
२४	१·०७६	१·०३२	१·००१	१·०१५	१·०६०	१·०८९	६
२७	१·०७२	१·०२८	१·०००	१·०१९	१·०६४	१·०९०	३
३०	१·०६८	१·०२३	१·०००	१·०२३	१·०६८	१·०९०	०
	+	+	+	+	+	+	
Arg.	३३० अं	३०० अं.	२७० अं.	२४० अं.	२१० अं.	१८० अं.	Arg.

Table 21. Arg. = Tropical Longitude; Multiplier (n).

कोष्टक २२.

ग्रहाचा विषुवकाल.

उपकरण = सायनग्रह.

उप.	० अं.		३० अं.		६० अं.		९० अं.		१२० अं.		१५० अं.		उप.
अं.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	अं.
०	०	०.०	४	३९.०	९	३८.२	१५	०.०	२०	२१.८	२५	२१.०	३०
३	०	२७.५	५	७.८	१०	९.५	१५	३२.८	२०	५३.०	२५	४९.५	२७
६	०	५५.०	५	३६.८	१०	४१.२	१६	५.३	२१	२४.८	२६	१७.८	२४
९	१	२२.७	६	६.२	११	१३.०	१६	३८.०	२१	५४.३	२६	४६.०	२१
१२	१	५०.३	६	३५.५	११	४५.०	१७	१०.५	२२	२४.७	२७	१४.०	१८
१५	२	१८.२	७	५.३	१२	१७.२	१७	४२.८	२२	५४.७	२७	४१.८	१५
१८	२	४६.०	७	३५.३	१२	४९.५	१८	१५.०	२३	२४.५	२८	९.७	१२
२१	३	१४.०	८	५.७	१३	२२.०	१८	४७.०	२३	५३.८	२८	३७.३	९
२४	३	४२.२	८	३६.२	१३	५४.७	१९	१८.८	२४	२३.२	२९	५.०	६
२७	४	१०.५	९	७.०	१४	२७.३	१९	५०.५	२४	५२.२	२९	३२.५	३
३०	४	३९.०	९	३८.२	१५	०.०	२०	२१.८	२५	२१.०	३०	०.०	०
Arg.	० अं.		३० अं.		६० अं.		९० अं.		१२० अं.		१५० अं.		Arg.

Table 22 Arg.=Trop. Long.; Right Ascension in Ghatis.

कोष्टक २२. (चालू.)

उप.	१८० अं.		२१० अं.		२४० अं.		२७० अं.		३०० अं.		३३० अं.		उप.
अं.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	घ.	प.	अं.
०	३०	०.०	३४	३९.०	३९	३८.२	४५	०.०	५०	२१.८	५५	२१.०	३०
३	३०	२७.५	३५	७.८	४०	९.५	४५	३२.७	५०	५३.०	५५	४९.५	२७
६	३०	५५.०	३५	३६.८	४०	४१.२	४६	५.३	५१	२४.८	५६	१७.८	२४
९	३१	२२.७	३६	६.२	४१	१३.०	४६	३८.०	५१	५४.३	५६	४६.०	२१
१२	३१	५०.३	३६	३५.५	४१	४५.०	४७	१०.५	५२	२४.७	५७	१४.०	१८
१५	३२	१८.२	३७	५.३	४२	१७.२	४७	४२.८	५२	५४.७	५७	४१.८	१५
१८	३२	४६.०	३७	३५.३	४२	४९.५	४८	१५.०	५३	२४.५	५८	९.७	१२
२१	३३	१४.०	३८	५.७	४३	२२.०	४८	४७.०	५३	५३.८	५८	३७.३	९
२४	३३	४२.२	३८	३६.३	४३	५४.७	४९	१८.८	५४	२३.२	५९	५.०	६
२७	३४	१०.५	३९	७.०	४४	२७.३	४९	५०.५	५४	७२.२	५९	३२.५	३
३०	३४	३९.०	३९	३८.२	४५	०.०	५०	२१.८	५५	२१.०	६०	०.०	०
Arg.	१८० अं.		२१० अं.		२४० अं.		२७० अं.		३०० अं.		३३० अं.		Arg.

Table 22. Continued and finished.

कोष्टक २३.

ग्रहांची क्रांति.

उपकरण = सायनग्रह.

उप.	० अं. +		३० अं. +		६० अं. +		९० अं. +		१२० अं. +		१५० अं. +		उप.
अं.	अं.	क.	अं.	क.	अं.	क.	अं.	क.	अं.	क.	अं.	क.	अं.
०	०	०.०	११	२८.८	२०	९.८	२३	२७.३	२०	९.८	११	२८.८	३०
१	०	२३.९	११	४९.८	२०	२२.३	२३	२७.१	१९	५६.९	११	७.४	२९
२	०	४७.९	१२	१०.६	२०	३४.५	२३	२६.४	१९	४३.७	१०	४५.९	२८
३	१	११.७	१२	३१.२	२०	४६.३	२३	२५.२	१९	३०.०	१०	२४.३	२७
४	१	३५.५	१२	५१.७	२०	५७.७	२३	२३.६	१९	१५.२	१०	२.६	२६
५	१	५९.३	१३	११.८	२१	८.७	२३	२१.६	१९	१.८	९	४१.०	२५
६	२	२३.१	१३	३१.८	२१	१९.३	२३	१९.१	१८	४७.२	९	१८.७	२४
७	२	४६.८	१३	५१.५	२१	२९.६	२३	१६.१	१८	३१.८	८	५६.६	२३
८	३	१०.६	१४	११.०	२१	३९.४	२३	१२.८	१८	१६.८	८	३४.४	२२
९	३	३४.३	१४	३०.३	२१	४८.९	२३	९.०	१८	१.२	८	१२.०	२१
१०	३	५७.८	१४	४९.४	२१	५८.०	२३	४.७	१७	४५.२	७	४९.५	२०
११	४	२१.४	१५	८.२	२२	६.६	२२	५९.९	१७	२९.०	७	२६.७	१९
१२	४	४४.८	१५	२६.७	२२	१४.८	२२	५४.७	१७	१२.४	७	३.९	१८
१३	५	८.२	१५	४५.०	२२	२२.५	२२	४९.०	१६	५५.६	६	४०.९	१७
१४	५	३१.५	१६	३.१	२२	२९.८	२२	४३.०	१६	३८.५	६	१८.०	१६
१५	५	५४.८	१६	२१.०	२२	३६.६	२२	३६.६	१६	२१.०	५	५४.८	१५
१६	६	१८.०	१६	३८.५	२२	४३.०	२२	२९.८	१६	३.१	५	३१.५	१४
१७	६	४०.९	१६	५५.६	२२	४९.०	२२	२२.५	१५	४५.०	५	८.२	१३
१८	७	३.९	१७	१२.४	२२	५४.७	२२	१४.८	१५	२६.७	४	४४.८	१२
१९	७	२६.७	१७	२९.०	२२	५९.९	२२	६.६	१५	८.२	४	२१.४	११
२०	७	४९.५	१७	४५.२	२३	४.७	२१	५८.०	१४	४९.४	३	५७.८	१०
२१	८	१२.०	१८	१.२	२३	९.०	२१	४८.९	१४	३०.३	३	३४.३	९
२२	८	३४.४	१८	१६.८	२३	१२.८	२१	३९.४	१४	११.०	३	१०.६	८
२३	८	५६.६	१८	३१.८	२३	१६.१	२१	२९.६	१३	५१.५	२	४६.८	७
२४	९	१८.७	१८	४७.२	२३	१९.१	२१	१९.३	१३	३१.८	२	२३.१	६
२५	९	४१.०	१९	१.८	२३	२१.६	२१	८.७	१३	११.८	१	५९.३	५
२६	१०	२.६	१९	१५.२	२३	२३.६	२०	५७.७	१२	५१.७	१	३५.५	४
२७	१०	२४.३	१९	३०.०	२३	२५.२	२०	४६.३	१२	३१.२	१	११.७	३
२८	१०	४५.९	१९	४३.७	२३	२६.४	२०	३४.५	१२	१०.६	०	४७.९	२
२९	११	७.४	१९	५६.९	२३	२७.१	२०	२२.३	११	४९.८	०	२३.९	१
३०	११	२८.८	२०	९.८	२३	२७.३	२०	९.८	११	२८.८	०	००.०	०
	— ३३० अं.		— ३०० अं.		— २७० अं.		— २४० अं.		— २१० अं.		— १८० अं.		

Table 23 Arg.=Tropical Longitude; Declination.

कोष्टक २४.

त्रिभोनलग्न.

उपकरण = विषुवकाल आणि उत्तर अक्षांश

विषुव काल.	उत्तर अक्षांश. (North Latitude)						
	५	१०	१५	२०	२५	३०	३५
घटी.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०
२	२८३.५	२८४.१	२८४.७	२८५.४	२८६.८	२८७.३	२८८.६
४	२९६.८	२९७.९	२९९.१	३००.४	३०१.९	३०३.८	३०६.०
६	३०९.७	३११.२	३१२.८	३१४.५	३१६.६	३१८.९	३२१.७
८	३२२.१	३२३.८	३२५.७	३२७.७	३३०.१	३३२.७	३३५.७
१०	३३३.९	३३५.८	३३७.९	३४०.१	३४२.५	३४५.२	३४८.३
१२	३४५.३	३४७.४	३४९.५	३५१.७	३५४.१	३५६.८	३५९.७
१४	३५६.५	३५८.६	०.७	२.८	५.२	७.७	१०.१
१६	७.५	९.५	११.५	१३.६	१५.८	१८.१	२०.६
१८	१८.५	२०.४	२२.३	२४.३	२६.३	२८.४	३०.६
२०	२९.७	३१.४	३३.१	३४.९	३६.६	३८.५	४०.४
२२	४१.१	४२.६	४४.१	४५.६	४७.१	४८.६	५०.२
२४	५२.९	५४.१	५५.३	५६.५	५७.६	५८.८	६०.१
२६	६५.०	६५.९	६६.६	६७.५	६८.३	६९.१	७०.०
२८	७७.४	[illegible]	७८.३	७८.७	७९.१	७९.५	८०.०
३०	९०.०	९०.०	९०.०	९०.०	९०.०	९०.०	९०.०
३२	१०२.६	१०२.२	१०१.७	१०१.३	१००.९	१००.५	१००.०
३४	११५.०	११४.१	११३.४	११२.५	१११.७	११०.९	११०.०
३६	१२७.१	१२५.९	१२४.७	१२३.५	१२२.४	१२१.२	११९.९
३८	१३८.९	१३७.४	१३५.९	१३४.४	१३२.९	१३१.४	१२९.८
४०	१५०.३	१४८.६	१४६.९	१४५.१	१४३.४	१४१.५	१३९.६
४२	१६१.५	१५९.६	१५७.७	१५५.७	१५३.७	१५१.६	१४९.४
४४	१७२.५	१७०.५	१६८.५	१६६.४	१६४.२	१६१.९	१५९.४
४६	१८३.५	१८१.४	१७९.३	१७७.२	१७४.८	१७२.३	१६९.६
४८	१९४.७	१९२.६	१९०.५	१८८.३	१८५.९	१८३.२	१८०.३
५०	२०६.१	२०४.२	२०२.१	१९९.९	१९७.५	१९४.८	१९१.७
५२	२१७.९	२१६.२	२१४.३	२१२.३	२०९.९	२०७.३	२०४.३
५४	२३०.३	२२८.८	२२७.२	२२५.५	२२३.४	२२१.१	२१८.३
५६	२४३.२	२४२.१	२४०.९	२३९.६	२३८.१	२३६.२	२३४.०
५८	२५६.५	२५५.९	२५५.३	२५४.४	२५३.२	२५२.७	२५१.४
६०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०	२७०.०
(A)							

Table 24. Arguments = Siderial time in Ghatis (A). and Noi Latitude of the place.—The Nonagesimal Points.

कोष्टक २५.

त्रिभोनलग्नाचे नतांश.

उपकरणें = विषुवकाल आणि उत्तर अक्षांश.

विषुव-काल	उत्तर अक्षांश. (North Latitude.)						
	५	१०	१५	२०	२५	३०	३५
घटी.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
०	− २८·४	− ३३·४	− ३८·४	− ४३·४	− ४८·४	− ५३·४	− ५८·४
२	२७·९	३२·९	३७·९	४२·८	४७·८	५२·७	५७·७
४	२६·२	३१·२	३६·१	४१·०	४५·८	५०·७	५५·५
६	२३·६	२८·५	३३·३	३८·०	४२·८	४७·५	५२·२
८	२०·२	२४·९	२९·७	३४·३	३९·०	४३·६	४८·१
१०	१६·२	२०·८	२५·४	३०·०	३४·६	३९·१	४३·६
१२	११·७	१६·३	२०·९	२५·४	२९·९	३४·४	३८·८
१४	७·०	११·८	१६·१	२०·८	२५·२	२९·६	३४·१
१६	− २·२	६·८	११·४	१५·९	२०·५	२५·०	२९·५
१८	+ २·४	− २·२	६·८	११·४	१६·०	२०·६	२५·२
२०	६·८	+ २·४	− २·६	७·३	११·९	१६·२	२१·३
२२	१०·७	५·९	+ २·१	३·६	८·४	१३·२	१७·९
२४	१३·९	९·१	४·३	− ०·६	५·५	१०·३	१५·२
२६	१६·४	११·२	६·५	+ २·४	३·६	८·३	१३·२
२८	१७·९	१३·०	८·३	३·०	२·०	७·०	११·९
३०	१८·४	१३·४	८·४	३·४	२·५	६·५	११·५
३२	१७·९	१३·०	८·३	३·०	२·०	७·०	११·९
३४	१६·४	११·२	६·५	+ २·४	३·६	८·३	१३·२
३६	१३·९	९·१	४·३	− ०·६	५·५	१०·३	१५·२
३८	१०·७	५·९	+ २·१	३·६	८·४	१३·२	१७·९
४०	६·८	+ २·४	− २·६	७·३	११·९	१६·२	२१·३
४२	+ २·४	− २·२	६·८	११·४	१६·०	२०·६	२५·२
४४	− २·२	६·८	११·४	१५·९	२०·५	२५·०	२९·५
४६	७·०	११·८	१६·१	२०·८	२५·२	२९·६	३४·१
४८	११·७	१६·३	२०·९	२५·४	२९·९	३४·४	३८·८
५०	१६·२	२०·८	२५·४	३०·०	३४·६	३९·१	४३·६
५२	२०·२	२४·९	२९·७	३४·३	३९·०	४३·६	४८·१
५४	२३·६	२८·५	३३·३	३८·०	४२·८	४७·५	५२·२
५६	२६·२	३१·२	३६·१	४१·०	४५·८	५०·७	५५·५
५८	२७·९	३२·९	३७·९	४२·८	४७·८	५२·७	५७·७
६०	− २८·४	− ३३·४	− ३८·४	− ४३·४	− ४८·४	− ५३·४	− ५८·४
(a)							

Table 25. Arg. = Siderial time in Ghatis (a) and Latitude of the place—The Zenith Distances of the Nonagesimal Points.

कोष्टक २६.

अस्फुट लंबन, नति आणि नतांशकोटिज्या.

अस्फुट लंबनाचें उपकरण= विश्लेषांश.
आणि नतीचें आणि नतांशकोटिज्येचें उपकरण= नतांश.

उप.	लंबन, नति.	कोटि-ज्या.	उप.	लंबन, नति.	कोटि-ज्या.	उप.	लंबन, नति.	कोटि-ज्या.
अं.	क.	Cosin.	अं.	क.	Cosin.	अं.	क.	Cosin.
०	०.०	१.००	३०	३०.०	.८७	६०	५२.०	.५०
१	१.०	१.००	३१	३०.९	.८६	६१	५२.५	.४८
२	२.१	१.००	३२	३१.८	.८५	६२	५३.०	.४७
३	३.१	१.००	३३	३२.७	.८४	६३	५३.५	.४५
४	४.२	१.००	३४	३३.६	.८३	६४	५३.९	.४४
५	५.२	१.००	३५	३४.४	.८२	६५	५४.४	.४२
६	६.३	.९९	३६	३५.५	.८१	६६	५४.८	.४१
७	७.३	.९९	३७	३६.१	.८०	६७	५५.२	.३९
८	८.३	.९९	३८	३६.९	.७९	६८	५५.६	.३७
९	९.४	.९९	३९	३७.८	.७८	६९	५६.०	.३६
१०	१०.४	.९८	४०	३८.६	.७७	७०	५६.४	.३४
११	११.४	.९८	४१	३९.४	.७५	७१	५६.७	.३३
१२	१२.५	.९८	४२	४०.१	.७४	७२	५७.०	.३१
१३	१३.५	.९७	४३	४०.९	.७३	७३	५७.४	.२९
१४	१४.५	.९७	४४	४१.७	.७२	७४	५७.७	.२८
१५	१५.५	.९७	४५	४२.४	.७१	७५	५८.०	.२६
१६	१६.५	.९६	४६	४३.२	.६९	७६	५८.२	.२४
१७	१७.५	.९६	४७	४३.९	.६८	७७	५८.५	.२३
१८	१८.५	.९५	४८	४४.६	.६७	७८	५८.७	.२१
१९	१९.५	.९५	४९	४५.३	.६६	७९	५८.९	.१९
२०	२०.५	.९४	५०	४६.०	.६४	८०	५९.१	.१७
२१	२१.५	.९३	५१	४६.६	.६३	८१	५९.२	.१६
२२	२२.५	.९३	५२	४७.३	.६२	८२	५९.४	.१४
२३	२३.४	.९२	५३	४७.९	.६०	८३	५९.६	.१२
२४	२४.४	.९१	५४	४८.६	.५९	८४	५९.७	.१०
२५	२५.४	.९१	५५	४९.२	.५७	८५	५९.८	.०९
२६	२६.३	.९०	५६	४९.७	.५६	८६	५९.९	.०७
२७	२७.२	.८९	५७	५०.३	.५४	८७	५९.९	.०५
२८	२८.२	.८८	५८	५०.९	.५३	८८	६०.०	.०३
२९	२९.१	.८७	५९	५१.४	.५२	८९	६०.०	.०२
३०	३०.०	.८७	६०	५२.०	.५०	९०	६०.०	.००
Arg.								

Table 26. Arg.=Vishlesh for finding parallax in longitude (लंबन) Arg.=Zenith Distance for finding parallax in Latitude (नति) and its Cosine. Vishlesh =(Sun—The Nonagesimal Point).

कोष्टक २७.

खमध्य वलन.

दोन उपकरणीं:–उभें उपकरण= नतांश; आडवें उप.= विश्लेषांश.

नतांश Zen. D	उप.=धन विश्लेषांश= + Vishlesh								
	०	१२	२४	३६	४८	६०	७२	८४	
अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
– ६०	०	७	१३	१९	२३	२७	२९	३०	– ६०
५४	०	९	१७	२३	२८	३२	३५	३६	५४
४८	०	११	२०	२८	३४	३८	४१	४२	४८
४२	०	१३	२४	३३	४०	४४	४७	४८	४२
– ३६	०	१६	२९	३९	४६	५०	५३	५४	– ३६
३०	०	२०	३५	४६	५२	५६	५९	६०	३०
२४	०	२५	४२	५३	५९	६३	६५	६६	२४
१८	०	३३	५१	६१	६६	६९	७१	७२	१८
– १२	०	४४	६२	७०	७४	७६	७७	७८	– १२
– ६	०	६४	७५	८०	८२	८३	८४	८४	– ६
०	०	९०	९०	९०	९०	९०	९०	९०	०
+ ६	०	११६	१०५	१००	९८	९७	९६	९६	+ ६
+ १२	०	१३६	१०८	११०	१०६	१०४	१०३	१०२	+ १२
+ १८	०	१४७	१२९	११९	११४	१११	१०९	१०८	+ १८
२४	०	१५५	१३८	१२७	१२१	११७	११५	११४	२४
३०	०	१६०	१४५	१३४	१२८	१२४	१२१	१२०	३०
३६	०	१६४	१५१	१४१	१३४	१३०	१२७	१२६	३६
+ ४२	०	१६७	१५६	१४७	१४०	१३६	१३३	१३२	+ ४२
४८	०	१६९	१६०	१५२	१४६	१४२	१३९	१३८	४८
५४	०	१७१	१६३	१५७	१५२	१४८	१४५	१४४	५४
+ ६०	०	१७३	१६४	१६१	१५७	१५३	१५१	१५०	+ ६०
	+	+	+	+	+	+	+	+	
	०	१२	२४	३६	४८	६०	७२	८४	नतांश Zen. D.
	उप.=ऋण विश्लेषांश= –Vishlesh								

Table 27. Arg.=Vishlesh and Zenith Distance. The Angle of Position of Sun's Vertex.

ग्रहगणिताचे ध्रुवांक.

(The Constants.)

Rev. S. Vince, P. Hansen, LeVerrier, S. Newcomb, आणि केरो लक्ष्मण छत्रे, या प्रख्यात ज्योतिःशास्त्रविशारदांच्या ग्रंथाधारें पुढील ध्रुवांक तयार केले आहेत. पुढें सांगितलेली उपपत्ति समजल्यावर ती दृढ होण्यासाठीं कोष्टकांतील कांहीं अंक आपण स्वतः उत्पन्न करून पहावे अशी इच्छा वाचकांच्या मनांत सहज उत्पन्न होईल. ती त्यांस पूर्ण करितां यावी म्हणून हे ध्रुवांक व तत्संबंधीं सूत्रें येथें दिलीं आहेत.

कोष्टकांतील एखाद्या अंकाच्या सत्यतेविषयीं संशय आला तर ध्रुवांकाच्या साहाय्यानें तो पुनः उत्पन्न करून आलेल्या संशयाची निवृत्ति करितां यावी, हा हे ध्रुवांक देण्याचा मुख्य हेतु आहे.

कोष्टकांतील अंक बरोबर आहेत किंवा नाहींत याची थोडक्यांत परीक्षा करण्याची अशी रीति आहे कीं, ज्या अंकाबद्दल संशय असेल त्याच्या मागील व पुढील पांच पांच अंक घेऊन त्यांचीं क्रमानें परस्परांमधील अंतरें काढावीं. तीं क्रमानें वाढत किंवा घटत गेलीं नसतील तर ज्या अंकाच्या पुढें व मागें हा अनियमितपणा दिसून येईल तो अंक चुकला आहे असें म्हणण्यास हरकत नाहीं. अंतरांतील अनियमितपणा घालविण्यासाठीं चुकलेल्या अंकांत किती फेरफार केला पाहिजे ही गोष्ट अनुभवानें मात्र समजते. म्हणून तो चुकलेला अंक ध्रुवांकावरूनच सिद्ध करणें बरें.

कोष्टक १ — ग्रहांचे मध्यमभोग. c = चंद्रें : d = अहर्गण.

सूर्य	३४९.०८७	+	६८४०.१२७२९९ c	+	०.९८५६०९२ d
बुध	५२.५००	+	२८४००.८३१३३५ c	+	४.०९२३३९० d
शुक्र	१९५.४६७	+	१११९८.७८५७२६ c	+	१.६०२१३०५ d
मंगळ	६९.२००	+	३६३६.७८६६६२ c	+	०.५२४०३२८ d
गुरु	२७५.६६७	+	५७६.६५२९७५ c	+	०.०८३०९१२ d
शनि	३३८.३५०	+	२३२.२१०००४ c	+	०.०३३४५९७ d
वरुण	१२७.७५५	+	८१.४११७६४ c	+	०.०११७३०८ d
इंद्र	१५.०७७	+	४१.५१४५७७ c	+	०.००५९८१९ d
चंद्र	३५५.२९७	+	९१४४३.९२६६०२ c	+	१३.१७६३५८३ d

कोष्टक २ --- गुरु व शनि यांचे मोठे आकर्षणसंस्कार.

t = (इष्ट शकवर्ष − १४८०) ; j = गुरूची वार्षिकगति.
s = शनीची वार्षिकगति.

गुरूचा मोठा संस्कार = + २०′·८ $\sin (5\,st - 2\,jt)$
शनीचा मोठा संस्कार = − ४८·७ $\sin (5\,st - 2\,jt)$

कोष्टक ३ -- गुरूचा लहान आकर्षणसंस्कार.

− १′ २२″·७ $\sin (H - h)$
+ ३ २४ ·३ $\sin 2 (H - h)$
+ ० १७ ·० $\sin 3 (H - h)$

कोष्टक ४ — शनीचा लहान आकर्षणसंस्कार.

− ६′ ५९″ ·३ $\sin \{ (H - 2h) - (35^\circ{\cdot}4 + 0^\circ{\cdot}2\,c) \}$
− १० ५१ ·० $\sin \{ (2H - 4h) + (15^\circ{\cdot}1 - 0^\circ{\cdot}3\,c) \}$

यांत H = गुरूचा मध्यमभोग c = चक्रें
h = शनीचा मध्यमभोग

कोष्टक ५ ग्रहांचीं नीचें.

सूर्य	२५८°.६८३	+	०°.०६३	c
बुध	५३·४३३	+	०·०३२	c
शुक्र	१०७·६६६	−	०·००८	c
मंगळ	३३१·६८०	+	०·०८९	c
गुरु	३५०·२२०	+	०·०३५	c
शनि	६८·४५०	+	०·०८५	c
वरुण	१४९·१००	+	०·०१७	c
इंद्र	२४·२८०	+	०·००६	c

को. ६ ग्रहांचे पात.

सूर्य	२२°.१४२	−	०.२६५	c
बुध	२४·७५	−	०·०३६	c
शुक्र	५३·४३	−	०·१०१	c
मंगळ	२६·४३	−	०·१२०	c
गुरु	७७·०७	−	०·०७६	c
शनि	९०·४८	−	०·०९८	c
वरुण	५१·०३	−	०·१७०	c
इंद्र	१०८·२३	−	०·०५६	c

को. ७-ग्रहांचीं मंदफलें.

g = मंदकेंद्र.

सूर्य	+	११५′·३	sin g +	१·२	sin 2 g +	०′·०	sin 3 g
बुध	+	१४०६·२	sin g +	१७८·९	sin 2 g +	३१·५	sin 3 g
शुक्र	+	४७·३	sin g +	०·२	sin 2 g +	०·०	sin 3 g
मंगळ	+	६४३·३	sin g +	३७·५	sin 2 g +	३·०	sin 3 g
गुरु	+	३३०·४	sin g +	१०·०	sin 2 g +	०·४	sin 3 g
शनि	+	३८६·४	sin g +	१३·६	sin 2 g +	०·७	sin 3 g
वरुण	+	३२१·२	sin g +	९·४	sin 2 g +	०·४	sin 3 g
इंद्र	+	५८·५	sin g +	०·३	sin 2 g +	०·०	sin 3 g
चंद्र	+	३७७·४	sin g +	१२·९	sin 2 g +	०·६	sin 3 g
बुधाचें विशेष	+	६·३	sin 4 g +	१·४	sin 5 g +	०·३	sin 6 g

को. ८-ग्रहांच्या कक्षापरिणति.

z = पातोनग्रह.

बुधाची	− १२′·७	sin 2 z	शनीची	− ५′·६	sin 2 z
शुक्राची	− ३·०	sin 2 z	वरुणाची	− ०·०	sin 2 z
मंगळाची	− ०·९	sin 2 z	इंद्राची	− ०·८	sin 2 z
गुरूची	− ०·४	sin 2 z	चंद्राची	− ६·८	sin 2 z

कोष्टक ९.-ग्रहांचे रविमध्यशर.

t = (इष्टशक − १८००) ÷ १०० ; z = पातोनग्रह.

बुध	+	sin (	४२०′·२	+	६″·३ t	) sin z
शुक्र	+	sin (	२०३·६	+	४·५ t	) sin z
मंगळ	+	sin (	१११·०	−	२·४ t	) sin z
गुरु	+	sin (	७८·६	−	२०·५ t	) sin z
शनि	+	sin (	१४९′·६	−	१४″·० t	) sin z
वरुण	+	sin (	४६·४	+	२·५ t	) sin z
इंद्र	+	sin (	१०७·०	+	०·० t	) sin z
रविक्रांति	+	sin (	१४०७·४	−	४७·६ t	) sin ⊙

कोष्टक १० ग्रहांचे मंदकर्ण.

g = मंदकेंद्र.

सूर्य	१·०००१४	−	·०१६७७	$\cos g$	−	·०००१४	$\cos 2g$
बुध	·३९५२८	−	·०७८३३	$\cos g$	−	·००७९५	$\cos 2g$
शुक्र	·७२५३५	−	·००४९५	$\cos g$	−	·०००००	$\cos 2g$
मंगळ	१·५३०३२	−	·१४१६५	$\cos g$	−	·००६५९	$\cos 2g$
गुरु	५·२०८८६	−	·२५०८३	$\cos g$	−	·००६०६	$\cos 2g$
शनि	९·५५३७८	−	·५३३०२	$\cos g$	−	·०१४९२	$\cos 2g$
वरुण	१९·२०३९९	−	·८८८६१	$\cos g$	−	·०२०६१	$\cos 2g$
इंद्र	३०·०५५५८	−	·२७०१९	$\cos g$	−	·००१२१	$\cos 2g$

कोष्टक १७ भोग.

चंद्राचे ध्रुवांक.

१ लें उप	९०·३९८	+	०·०६६९२४	c	+	०·९८५६०९२	d
२ रे उप	६·१९४	+	३·७३८७९३	c	+	१२·१९०७४९१	d
३ रे उप	१६४·४७७	+	५६·५५३७२०	c	+	११·३१६५०६२	d
४ थें उप	२०७·९१२	+	३११·०४४२५१	c	+	१३·०६४९९२०	d
मध्यमचंद्र	३५५·२९७	+	०३·९२६६०२	c	+	१३·१७६३५८३	d
च·शु·राहु	६६·३७५	+	७·७६९१६६	c	+	०·०५२९९३३	d

कोष्टक १८ संस्कार.

१ ला.	−	६५७″·५	$\sin l$	l = रविमंदकेंद्र
		९००·०		
२ रा.	−	१२१″·४	$\sin m$	m = (चंद्र−रवि)
	+	२१४५·०	$\sin 2m$	
	+	११·०	$\sin 4m$	
		२८८०·०		
३ रा.	+	४४६″·७	$\sin n$	n = २ (चं−सू) − चंद्र मंदकेंद्र
	+	३०	$\sin 2n$	
	+	४७००		

[illegible]	+	[illegible]	$\sin g$	
	+	७७६	$\sin 2g$	g = पूर्वसंस्कारयुक्त चंद्र मंदकेंद्र
	+	३७	$\sin 3g$	
	+	२३५००		
५ वा.	−	४०९″	$\sin 2z$	z = (चं + च·शु·रा.) + ९′
	+	५४०		
६ वा.	+	१५५″	$\sin s$	$s = (2m - l)$
	+	१८०		
७ वा.	+	१९८″	$\sin t$	$t = (n - l)$
	+	२१०		
८ वा.	+	११२″	$\sin u$	$u = (g - l)$
	+	१२०		
९ वा.	−	७३″	$\sin v$	$v = (g + l)$
	+	९०		
१०वा.	+	८५″	$\sin w$	$w = (2z - g)$
	+	९०		
११वा.	−	८१″	$\sin x$	$x = 2(z - m)$
	+	९०		

चंद्रशर + १८५२२″ $\sin z$;

शराकर्षण + ५२२″ $\sin y$; $y = 2m + z$

टीप—शराकर्षणासंबंधीं आणखी लहान लहान सात आठ संस्कार ज्योतिर्गणितांत दिले आहेत, ते येथें सोडून दिले आहेत. (2 m + z) हें उपकरण स्पष्ट सूर्य, स्पष्ट चंद्र आणि राहु यावरून तयार केलें तर सोडून दिलेल्या लहान संस्कारांचें प्रयोजन रहात नाहीं. ग्रहणप्रसंगीं शर आपल्या ३४ व्या अंशानें धाकटा केला तर आकर्षणसंस्काराची देखील गरज रहात नाहीं.

हालेचा धूमकेतु.

नीचाक्रमणकाल इ० स० १९१० माहे एप्रिल तारीख २० उज्जयिनीच्या मध्यम मध्यरात्रीपासून ८ अ. ४२ मि. या वेळीं:—

(French Annuaire A. D. 1911.)

नीच	२८२	५८′·४	प्रदक्षिणाकालवर्षें	७६·०३०
पात	३४	४० ·८	कक्षानीचांतर	·५८७
परमशर	१७	४७ ·३	कक्षोच्चांतर	३५·३०७
दिनगति	–	४६″·६६९	केंद्रच्युति	०·९६७

अवांतर माहिती.

	मध्यममंदकर्ण (a)	केंद्रच्युति (e)	प्रकृत्यंश (m) = १ ÷	प्रदक्षिणा दि.	अमावास्या दि.
बुध	·३८७१	·२०५६१	६०००००००	८७·९७	११५·८८
शुक्र	·७२३३	·००६८१	४०८०००	२२४·७०	५८३·९२
पृथ्वी	१·००००	·०१६७५	३३३४८२	३६५·२६	·
मंगळ	१·५२३७	·०९३३१	३०९३५००	६८६·९८	७७९·९४
गुरु	५·२०२६	·०४८३३	१०४७	४३३२·५८	३९८·८८
शनि	९·५५४७	·०५५८९	३५०२	१०७५९·२२	३७८·०९
वरुण	१९·२१८१	·०४६३४	२२८६९	३०६८६·६१	३६९·६६
इंद्र	३०·१०९६	·००९८०	१९३१४	६०१८६·६४	३६७·४९
चंद्र	०·००२५	·०५४९०	२६७ लक्ष	२७·५५	२९·५३

सूर्याचे प्रकृत्यंश. = १.

सूर्यग्रहण.

ग्रहणसंभवासंभव:—अमावास्येस राहु किंवा केतु यांच्यापासून पुढें किंवा मागें १९ अंशाच्या आंत सूर्य असेल तरच सूर्यग्रहणाचा संभव असतो. हें अंतर १३ अंशापेक्षां कमी असेल तर पृथ्वीवर कोठें तरी सूर्यग्रहण दिसलेंच पाहिजे पण तें इष्टग्रामीं दिसेल किंवा नाहीं, या गोष्टीचा निर्णय पुढील बरेंच गणित केल्याशिवाय करितां येत नाहीं.

संभव असेल तर मागें चंद्रग्रहणगणितांत सांगितलेल्या रीतीनें कोष्टकावरून पंचांगांतील दर्शांताच्या जवळच्या पूर्ण घटिकेचीं पुढें लिहिलेलीं मानें आणावीं. स्पष्टसूर्य, सूर्यदिनस्पष्टगति, सूर्यबिंब, राहु, अयनांश, मध्यमसूर्य, स्पष्टचंद्र, चंद्रदिन-स्पष्टगति, चंद्रबिंब, चंद्राचें क्षितिजलंबन, चंद्रशर आणि चंद्रशरघटीगति. नंतर या मानांच्या साहाय्यानें सूर्यचंद्रांचा भोग समान होण्याची वेळ काढावी. ती उज्जयिनीची मध्यमवेळ येईल. तिला रेखांतराचा संस्कार करावा म्हणजे इष्ट गांवचा दर्शांतसमय येईल.

उदाहरणः—शके १८१९ पौषकृष्ण ३० शनिवारीं **नागपूर** येथें सूर्यग्रहणाचा संभव आहे. तर त्याचें गणित कर. नागपूरचें रेखांतर + ३३ पळें आणि अक्षांश उ. २१° ८′ आहेत. पंचांगांत दर्शांत १५ घटिकेच्या सुमारास आहे. म्हणून **उज्जयिनी**च्या मध्यमकालाच्या १५ व्या घटिकेचीं मानें आणिलीं तीं येणेंप्रमाणें— (पहा पान ८८)

स्पष्टसूर्य	२७९	५४′·६	स्पष्टचंद्र	२७९	३८′·३
सूर्यदिनगति	१	१·१	चंद्रदिनगति	१४	३२·२
सूर्यबिंब	०	३२·५	चंद्रबिंब	०	३२·८
राहु	२७४	१५·६	चंद्र. क्षि. लंबन	०	६०·२
अयनांश	२२	२४·४	चंद्रशर	+	२८·०
मध्यमसूर्य	२७९	१४·०	शरघटीगति	+	१·३

यावरून चंद्रसूर्यांचे भोग समान होण्याची उज्जयिनीची वेळ १६ घ. १२ प. आणि नागपूरची वेळ १६ घ. ४५ प. येते.

सुमाराचा ग्रहणमध्यकाल व स्पर्शकालः—दर्शांतकाल आणि १५ घटी यांचें अंतर करून त्यास **नतकाल** म्हणावें. दर्शांत पूर्वाह्णीं असेल तर नत घटी ऋण. येरव्हीं धन समजाव्या. नतघटी ०, १, २, ३, पर्यंत असतील तर त्यांचा दर्शांतघटीला संस्कार करावा. नतघटी ३ पेक्षां जास्त असतील तर ४ च घटिकांचा संस्कार करावा म्हणजे सुमाराचा ग्रहणमध्यकाल येतो. मध्यकालांत ५ घटिका वजा कराव्या. म्हणजे सुमाराचा ग्रहणस्पर्शकाल येतो. या स्पर्शकालापासून पुढें सुमारें दहा घटिकांपर्यंत दर दुसऱ्या घटिकेस सूर्यचंद्रांमधील दृश्य अंतर काढण्यासाठीं गणित करावें लागतें.

उदाहरणः—दर्शांत १५ व्या घटिकेला आहे म्हणून नतघटी १५–१५= ० घ. नतकाल झाला. म्हणून संस्कार ०. अर्थात् १५ घ. हा स्थूल ग्रहणमध्यकाल झाला. आणि १० घ. हा स्थूल स्पर्शकाल झाला.—सूर्यग्रहणीं स्पर्शमोक्षकाल, लंबन आणि नति या दोन संस्कारांवर अवलंबून असतात. लंबन व नति हे संस्कार, त्रिभोनलग्न आणि नतांश यांवर अवलंबून असतात. आणि त्रिभोनलग्न आणि

नतांश हें गांवाचे अक्षांश आणि विषुवकाल यांवर अवलंबून असतात. हीं शेवटचीं दोन मानें २४ व्या कोष्टकाचीं उपकरणें आहेत म्हणून लंबननत्यर्थ जें गणित करावें लागतें त्याचा प्रारंभ येथूनच केला पाहिजे.

२४ व्या आणि २५ व्या कोष्टकांत द्विघटिकांतरित विषुवकालीन त्रिभोनलग्नें* आणि नतांश यांचीं मानें दिलीं आहेत. ग्रहणाचा अवधि स्थूलमध्यकालाच्या पुढें व मागें सुमारें ५ घटिकांपर्यंत असतो म्हणून या अवधींत सदर कोष्टकांतील कोणकोणत्या विषुवघटी पडतात तें काढिलें पाहिजें.

मध्यमसूर्योदयीं सायनमध्यमसूर्याच्या घटिकात्मक भोगा येवढा विषुवकाल (Right Ascension) असतो. म्हणून औदयिक सायनमध्यमसूर्याचे अंश करून त्यांस ६नीं भागावें ह्मणजे औदयिक घटिकारूप विषुवकाल येतो. यांत सुमाराचा स्पर्शकाल मिळवावा. ही बेरीज समसंख्याकपूर्णविषुवघटी नसेल तर तींत कांहीं भरती घालून ती तशी करावी. आणि जी भरती घातली असेल ती मध्यमकालांतही मिळवावी म्हणजे इष्टघटा इतका विषुवकाल (Siderial Time) असते वेळीं मध्यमकाल किती झाला असेल तें निघतें.

उदाहरणः–औदयिक सायनमध्यमसूर्य ३०१°·६४ याला ६ नीं भागून ५०·३ घटिका विषुवकाल झाला. यांत सुमाराचा स्पर्शकाल १२ घटी मिळवून २·३ घटिका हा स्थूलस्पर्शकालिक विषुवकाल झाला. यामध्यें १·७ घटिका भरती घालून ४ घटिका हा पूर्ण समसंख्याक विषुवकाल केला व यावेळीं १२ घटिका + १·७ घ.=१३·७ घटी हा मध्यमकाल झाला. आतां ग्रहणाच्या अवधींत प्रति दोन घटीकांचीं त्रिभोनलग्नें आणि नतांश आणून दाखवितों.

न्यास (अ)

मध्यम घटी	विषुव घटी	अक्षांश अं.	त्रिभोनल को. २४	नतांश को. २५	नति को. २६	न. कोज्या को. २६
१३·७	४	२१·१	३००°·७	−४२°·१	−४०′·१	·७४
१५·७	६	२१·१	३१४·९	−३९·१	३७ ·८	·७८
१७·७	८	२१·१	३२८·२	−३५·३	३४ ·७	·८२
१९·७	१०	२१·१	३४०·६	−३१·०	३० ·०	·८६
२१·७	१२	२१·१	३५२·२	−२६·४	२६ ·७	·९०
२३·७	१४	२१·१	३·३	−२१·७	−२२ ·२	·९३

*त्रिभोनलग्न म्हणजे क्षितिजावरील क्रांतिवृत्ताचा अत्युच्च प्रदेश. नतांश म्हणजे खस्वस्तिकापासून त्रिभोनलग्नापर्यंत चापाकार अंतर.

विश्लेषांश आणि **लंबनः**—त्या त्या मध्यमघटिकेच्या सायनसूर्यांतून त्या त्या घटिकेचें त्रिभोनलग्न वजा करावें म्हणजे विश्लेषांश येतात. विश्लेषांश उपकरणानें २६ व्या कोष्टकांतून अस्फुटलंबनकला आणून त्यांस वर आगलेल्या नतांश कोटिज्येनें गुणावें म्हणजे स्फुटलंबन निघतें. पण हें स्फुटलंबन क्षितिजलंबन ६० कला असेल तरच बरोबर असतें. कारण २६ वें कोष्टक क्षितिज लंबन ६० कला मानून तयार केलें आहे. म्हणून या स्फुट लंबनास इष्टक्षितिज लंबनकलांनीं गुणून ६० कलांनीं भागिलें पाहिजे. क्षितिजलंबनकला ÷ ६० या अपूर्णांकाला a ही संज्ञा दिली आहे. प्रस्तुत उदाहरणांत a = १ येतो.

न्यास (ब)

मध्यम घटी	सायन सूर्य	त्रिभोन लग्न	विश्लेषांश	अ. लंबन को. २६	नतांश-कोज्या	स्फुट-लंबन
१३.७	३०२.३ −	३००.७ =	+ १.६	+ १′.६ ×	·७४a =	+ १′.२
१५.७	३०२.३ −	३१४.९	− १२.७	− १३.१ ×	·७८a =	− १०.२
१७.७	३०२.३ −	३२८.२	− २५.९	− २६.३ ×	·८२a =	− २१.६
१९.७	३०२.३ −	३४०.६	− ३८.३	− ३७.२ ×	·८६a =	− ३२.०
२१.७	३०२.३ −	३५२.२	− ४९.९	− ४६.० ×	·९०a =	− ४१.४
२३.७	३०२.३ −	३.३ =	− ६१.०	− ५२.५ ×	·९३a =	− ४८.८

सूर्यचंद्रांचें दृश्यपूर्वापरांतर आणि **दृश्यदर्शांतः**—यापुढें आम्हीं लंबनसंस्कृत या लांबट शद्वाबद्दल सोईसाठीं दृश्य (Apparent) हा शद्व वापरला आहे. त्या त्या मध्यमघटीपुढें इष्टगांवची ग्रहणमध्यघटी मांडून त्यांच्या बैजिक अंतरघटीला चंद्रसूर्यांच्या घटीगत्यंतरानें गुणावें म्हणजे भूमध्यस्थ द्रष्टयाला दिसणारें सूर्यचंद्रांच्या मध्यबिंदूमधील अंतर येतें. त्याला लंबनाचा संस्कार करावा. म्हणजे इष्टग्रामीं दिसणारें अंतर निघतें. हें पूर्वापरांतर ० होण्याची जी वेळ तोच तेथील **दृश्य दर्शांत**. यावेळेच्या सुमारास **परमग्रास**(Greatest Phase.)असतो.

न्यास (क)

मध्यम घटी	ग्रहणमध्य घटी	अंतर घटी	घटी गत्यंतर	भूमध्यांत ☾−⊙	न्यास (ब) लंबन	नागपुरांत ☾−⊙=(b)
१३.७	१६.७	− ३ ×	१३′.५ =	− ४०′.५ +	९′.२ =	− ३९′.३
१५.७	१६.७	− १ ×	१३.५	− १३.५ −	१०.२	− २३.७
१७.७	१६.७	+ १ ×	१३.५	+ १३.५ −	२१.६	− ८.१
१९.७	१६.७	+ ३ ×	१३.५	+ ४०.५ −	३२.०	+ ८.५
२१.७	१६.७	+ ५ ×	१३.५	+ ६७.५ −	४१.४	+ २६.१
२३.७	१६.७	+ ७ ×	१३.५ =	+ ९४.५ −	४८.८ =	+ ४५.७

येथें १७·७ घटी यावेळीं चंद्र, सूर्याच्या पश्चिमेस ८·१ कला होता. पण १९·७ घटकेस तो सूर्याच्या पूर्वेस ८·५ कला आला म्हणून १६′·६ : ८′·१ : : २ घ. : १·० घ. म्हणून १७·७ घ. + १ घ. = १८·७ घ. यावेळीं नागपूर येथें सूर्यचंद्रांमध्यें पूर्वापरांतर ० होतें. यावरून हाच दृश्यदर्शांतसमय किंवा ग्रहणमध्यकाल झाला.

चंद्रसूर्यांचें **दृश्यदक्षिणोत्तर अंतर, मध्यांतर,** आणि **ग्रासः**–चंद्रशराच्या घटीगर्ताच्या मदतीनें त्या त्या मध्यमघटिकेचे चंद्रशर आणून त्यांना त्या त्या वेळेच्या नतीचा संस्कार करावा. म्हणजे त्या त्या वेळचीं सूर्यचंद्रांमधील दृश्यदक्षिणोत्तर अंतरें, किंवा स्फुटशर निघतात. नंतर त्या त्या घटिकेचे दृश्य पूर्वापरांतराच्या वर्गांत दृश्यदक्षिणोत्तरांतराचा वर्ग मिळवून बेरिजेचें वर्गमूळ काढावें तें मध्यांतर होतें. मध्यांतरांतून सूर्यचंद्रांचें बिंबैक्यार्ध (मानैक्यखंड= Sum of Semi-diameters) वजा करावें म्हणजे ग्रास किंवा बिंबांतर येतें. हें जितकें ऋण असेल तितका त्यावेळीं ग्रास समजावा.

न्यास (ड)

मध्यम घटी	चंद्रशर	न्यास(अ) नति	स्फुटशर (c)	मध्यांतर $\sqrt{(b^2+c^2)}$	बिंबैक्यार्ध	बिंबांतर
१३·७	+ २५′·६	− ४०′·१	= − १४′·५	४१′·९	− ३२′·७	= + ९′·२ शुद्धि
१५·७	+ २८·२	− ३७·८	− − ९·६	२५·७	− ३२·७	− ७·० ग्रास
१७·७	+ ३०·८	− ३४·७	− ३·९	९·०	− ३२·७	− २३·७ ग्रास
१९·७	+ ३४·४	− ३०·०	+ ४·४	९·६	− ३२·७	− २३·१ ग्रास
२१·७	+ ३७·०	− २६·७	+ १०·३	२८·१	− ३२·७	− ४·६ ग्रास
२३·७	+ ३९·६	− २२·२	= + १७·४	४८·९	− ३२·७	= + १६·२ शुद्धि

स्पर्शमोक्षकालः–न्यास (ड) वरून दिसतें कीं घ. १३·७ यावेळीं सूर्यचंद्रांच्या बिंबप्रांतामध्यें + ९′·२ अंतर होतें. पण घ. १५·७ यावेळीं – ७′·० होतें म्हणजे इतका ग्रास झाला होता. यावरून २ घटिकावधींत १६′·२ इतकें मध्यांतर कमी कमी होत आहे. म्हणून त्रैराशिकानें +९′·२ अंतर कमी होण्यास १·१ घ. लागेल. यास्तव १३·७ घ. +१·१ घ. = १४·८ घ. हा **स्पर्शकाल** झाला.

याचप्रमाणें घ. २१·७ यावेळीं – ४′·६ ग्रास आहे. पण घ. २३·७ यावेळीं ग्रहण सुटून बिंबप्रांतामध्यें + १६·२ अंतर पडलें आहे. यावरून २ घटिकांत २०′·८ मध्यांतर वाढत आहे. तेव्हां त्रैराशिकानें ४·६ अंतर वाढण्यास ०·४ घ. पाहिजे. म्हणून २१·७ घ. + ०·४ घ. = २२·१ घ. हा ग्रहणमोक्षकाल झाला.

चंद्रबिंबवृद्धि–आतां ग्रहण खग्रास होईल किंवा नाहीं तें ठरविण्यापूर्वी ग्रहण-

मध्यकालीं चंद्रबिंब केवढें असेल तें ठरविलें पाहिजे. कारण चंद्राच्या उदयापासून तो मध्यान्हीं येईपर्यंत चंद्रबिंब हळु हळू वाढत असतें. नंतर त्याचा अस्त-होईपर्यंत पुनः घटत जातें म्हणून इष्ट वेळेची चंद्रबिंबवृद्धि पुढील समीकरणसूत्रावरून आणून ती पूर्वीं आणलेल्या चंद्रबिंबांत मिळवावी.

बिंबवृद्धि = ३१″·०× नतांशकोटिज्या × विश्लेषांशकोटिज्या.

ग्रहणमध्यकाल १८·७ घ. यावेळीं न्यास (अ) आणि (ब) यांत नतांश ३३° आणि विश्लेषांश ३२° आहेत. यांच्या कोटिज्या. ·८४, · ८५ आहेत. म्हणून ३१″· ०×· ८४ ×· ८५ = २२″·० =०′·४ ही बिंबवृद्धि झाली. ही चंद्रबिंब ३२′·८ यांत मिळवून ३३′·२ हें ग्रहणमध्यकालीं **चंद्रबिंब** झालें.

ग्रहणमध्यकालीन नतिसंस्कृत शरः— घटिका १७·७ आणि १९·७ यावेळीं न. सं. शर अनुक्रमें – ३′·९, + ४′·४ आहेत. म्हणून ग्रहणमध्यकाल घ. १८·७ यावेळीं त्रैराशिकानें + ०′·२ शर येतो. चंद्रसूर्यांचें बिंबांतरार्ध ½ (३३′·२–३२′·५) =०′· ३५. यापेक्षां शर कमी आहे म्हणून ०′· ३५ – ०′·२० = ०′·१५ हा **खग्रास** झाला. चंद्रग्रहणांतील रीतीनें मर्दस्थिति आणली तर√ (०′·३५²–०′·२०²) ×३६००÷ ८११′·= २·२ पळें. यांची दुप्पट ४·४ पळें किंवा सुमारें २ मिनिटें **खग्रास** काल येतो.

स्पर्शमोक्षस्थानें.

सूर्याच्या शिरोबिंदूपासून परिधावर अमुक अंशावर स्पर्शमोक्ष होतील असें सांगितलें तर तें आबालवृद्धांसही समजतें. म्हणून शिरोबिंदुसंबंधानें स्पर्शमोक्ष स्थानें काढण्याची रीति पुढें सांगितली आहे.

स्थानांशः—न्यास (ड) यांतील स्पर्शकालीन नतिसंस्कृत शराला १०० नीं गुणून गुणाकाराला सूर्यचंद्रांच्या बिंबैक्यार्धानें भागावें. या भागाकारास उपकरण मानून चंद्रग्रहणांतील ३४ व्या पानावरील कोष्टकांतून स्पर्शांश आणून त्यांत १८० मिळवावे म्हणजे सूर्यग्रहणाचे **स्पर्शांश** होतात.

याचप्रमाणें मोक्षकालीन नतिसंस्कृत शर आणि बिंबैक्यार्ध हीं घेऊन मोक्षांश आणावे. आणि त्यांतून १८०° वजा करावे म्हणजे सूर्यग्रहणोपयोगी **मोक्षांश** येतात.

न्यास (अ) आणि न्यास (ब) यांतून स्पर्शकालचे नतांश आणि विश्लेषांश आणून या दोन उपकरणांनीं २७ व्या कोष्टकांतून खमध्यवलन आणून त्याचा स्पर्शस्थानांशाम संस्कार करावा म्हणजे सूर्याच्या शिरोबिंदूपासून स्पर्शस्थानांश येतात. स्थानांश धन असतील तर ते शिरोबिंदूपासून परिघावर उजवेकडे मोजावे. ऋण असतील तर डावेकडे मोजावे.

मोक्षस्थानही याच रीतीनें आणावें.

उदाहरण:—स्पर्शकाल १४·८ घ. यावेळीं (ड) न्यासांत नतिसंस्कृतशर– १२′·० आहे आणि बिंबैक्यार्ध ३२′·७ आहे. म्हणून १२×१००÷३२′·७=३६ या उपकरणानें –६९° येतात. यांत १८०° मिळवून +१११° हे कदंबसूत्रापासून स्पर्श-स्थानांश झाले. न्यास (अ) आणि (ब) यांत स्पर्शकालचे नतांश – ४३° आणि विश्लेषांश – ५° आहेत. या उपकरणांनीं २७ व्या कोष्टकांतून स्वमध्यवलन + ६° येतें म्हणून + १११° + ६° = +११७° हें शिरोबिंदूपासून स्पर्शस्थानांश झाले. हे धन आहेत म्हणून शिरोबिंदूपासून परिघावर उजवीकडे मोजावें.

आपल्या खिशांतील घड्याळास सूर्यबिंब मानावें आणि या स्थानांशास ६ नीं भागून येणाऱ्या संख्येस मिनिटें मानावीं. मग धन मिनिटें उजवीकडे आणि ऋण मिनिटें डावेकडे मोजून जीं स्थानें येतील त्या स्थानीं स्पर्शमोक्ष होतील. मात्र घड्याळ पाहातांना १२ चा आंकडा उभ्या रेषेंत धरावा. उदा. + ११७ ÷ ६ = २०; म्हणजे घड्याळांत जेथें २० मिनिटांचें घर असतें तेथें सूर्यबिंबावर स्पर्श होईल असें जाणावें.

स्टँडर्डटाइममानाचे स्पर्शादि काल काढणें:– वर जे घटिकादि स्पर्शादि-काल आले आहेत ते स्थानिक मध्यम आहेत. त्यांस रेखांतराचा व्यस्त संस्कार करावा, म्हणजे रेखांतर मिनिटें धन असलीं तर ऋण समजावीं आणि ऋण असलीं तर धन समजून स्पर्शादि स्थानिकमध्यम कालांना संस्कार करावा म्हणजे उज्ज-यिनीमध्यमकाल येतात. त्यांत ६ अ. २७ मि. मिळवावीं म्हणजे स्टँडर्डटाइम-प्रमाणें स्पर्शादिकाल येतील.

स्थानिककाल – रेखांतर + ६ अ. २७ मि. = स्टांडर्ड टाईम

उदाहरण:—

स्टँडर्ड टाइम.

		घ.		अ. मि.		मि. रेखा.		अ. मि.		अ. मि.
स्पर्श	=	१४·८	=	५ ५५·२,	–	१३·०	+	६ २७	=	१२ ९,
मध्य	=	१८·८	=	७ ३१·२,	–	१३·०	+	६ २७	=	१ ४५,
मोक्ष	=	२२·१	=	८ ५०·४,	–	१३·०	+	६ २७	=	३ ४,

सूर्यग्रहणार्थ सूर्यचंद्रानयन–न्यास ६.

मिति–शके १८१९ पौषकृष्ण ३० शनिवार उज्जयिनी येथें प्रातःकालीन गत चक्र १, अहर्गण २९४, इष्टकाल १५ घ.=·२५ दि. म्हणजे नागपूर येथें मध्यमकाल १५ घ. ३३ प. यावेळेचें आपण गणित करूं.

विवरण.	सूर्य.	१ लें उप.	२ रें उप.	३ रें उप.	४ थें	चंद्र.	च. शु. रा.
क्षेपक.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.	अं.
१८००	३४१·०८७	१०·४०	६·११	१६४·४८	२०५·५६	३४६·२१७	६२·३७५
गति							
१ चक्र	·१२७	·०६	३·८०	५६·५५	३११·०४	३·१२७	७·७६१
२०० दि.	१९७·१२२	१९७·१२	२७८·१५	१०३·३०	९३·००	११५·२७२	१०·५११
१० दि.	८८·७०५	८८·७०	१७·१७	२१८·४८	९५·८५	१०५·८७२	४·७७०
४ दि.	३·९४२	३·९४	४८·७६	४५·२७	५२·२६	५२·७०५	०·२१२
·२५ दि.	·२५०	·२५	३·०५	२·८३	३·२६	३·२९४	·०१३
क्ष+ग.	२७१·२३३	२०·४७	३५७·१२	३१०·११	४०·१७	२६७·३६७	८५·७३८
को. १८		·१८	·७४	·३५	१·२७	१·२७०	
		चंद्रगति			४२·२४	१०·१५०	
को. ११		८७२·२=	(११४·४	+१११·४	६४६·४)	२७१·५८७	२७१·५८७
रविफल	·६८०	रविगति	रविबिंब.	चंद्रबिंब	चंद्रलंबन.	·१३०	५·३२५
स्पष्टसूर्य.	२७१·९१३	६१′·१	३२′·५	३२′·८	६०′·२	२७१·७१७	५ वें उप.

संस्कार.		उप. १८ चीं उपकरणें.		
				२७१° ४२′·६
६ वा	.	(द्विगुण २ रें – १ लें) =	३२४°	१·८
७ वा	.	(३ रें – १ लें) =	२९१	·४
८ वा	.	(४ थें – १ लें) =	२२	२·८
९ वा	.	(४ थें + १ लें) =	६२	·५
१० वा	.	(द्विगुण ५ वें – ४ थें) =	३२८	२·१
११ वा	.	द्विगुण (५ वें – २ रें) =	१६	१·१
				२७१ ५१·३
				–१३·०
सर्वसंस्कारयुक्त चंद्र.				२७१ ३८·३

चंद्रशर–स्पष्टचंद्र २७१·६४ + चक्र·शु·रा. ८५°·७४ = ५°·३८ या उपकरणानें १८ व्या कोष्टकांतून चंद्रशर + २८′·९ आणून तो चंद्रग्रहणीं सांगितल्याप्रमाणें आपल्या ३४ व्या हिशानें लहान केला म्हणजे + २८′·० येतो. हाच आकर्षण-स्पष्ट चंद्रशर झाला.

भाग २ रा.

उपपत्ति.

उपपत्ति म्हणजे कार्यकारणसंबंधविवेचन. कांहीं कारणें इंद्रियग्राह्य असतात. कांहीं बुद्धिग्राह्य असतात. इंद्रियद्वारा प्रथम नाना कार्यें व चमत्कार यांची प्रतीति येते; तेव्हां त्या त्या चमत्कारांचीं कारणें काय असावीं अशी विचारी मनुष्यास प्रबळ जिज्ञासा उत्पन्न होते. मग कारणांचा पत्ता लावण्याच्या कामीं तो आपल्या प्रयत्नांची आणि विचारशक्तीची शिकस्त करूं लागतो. अशा रीतीनें शेंकडों विद्वानांचा शेंकडों वर्षें दीर्घोद्योग व गहन विचार चालू असल्यामुळें हल्लींचीं सर्व भौतिक व आध्यात्मिक शास्त्रें उत्पन्न झालीं आहेत. त्यांपैकीं ज्योतिष हें एक शास्त्र आहे.

ज्योतिःशास्त्रास घड्याळाची उपमा चांगली शोभते. घड्याळांतील चक्रें, अक्ष, कमानी, लंबक इत्यादि अवयव त्यांतील कालदर्शक कांट्यांच्या गतीचीं प्रत्यक्ष कारणें असतात. पण कमानींत जी स्थितिस्थापक शक्ति असते ती त्या गतीची परोक्षकारण असते. प्रत्यक्ष कारणांचा संबंध आणि कार्यें थोड्याशा विचारानें समजतात. पण परोक्ष कारणांची खुबी एकाएकीं लक्ष्यांत येत नाहीं.

घड्याळाप्रमाणेंच ज्योतिःशास्त्राचीं व्यक्त व अव्यक्त अशीं दोन अंगें आहेत. पहिलें गोलीय ज्योतिष (Spherical Astronomy) आणि दुसरें प्रेरणात्मक ज्योतिष (Gravitational Astronomy). या विश्वांत आकाशगंगा, नक्षत्रें, सूर्य, ग्रह, उपग्रह, धूमकेतु व उल्का हे पदार्थ कोठें व कसे आहेत ? सूर्य, ग्रह आणि उपग्रह यांचा परस्पर संबंध काय आहे ? कोण कोणाभोंवतीं फिरतात ? त्यांच्या कक्षांच्या आकृति कशा प्रकारच्या आहेत ? कक्षांच्या पातळ्या परस्परांपासून किती आणि कोणीकडे कलल्या आहेत ? त्यांचीं अंतरें आणि प्रदक्षिणाकाल यांचीं मानें काय आहेत ? इत्यादिक विषयांचें ज्ञान संपादन करणें आणि या ज्ञानाच्या बळावर ग्रहांचीं भावि स्थानें पूर्वींच ठरविणें हें ज्योतिःशास्त्राचें पहिलें प्रत्यक्ष अंग होय. या पुस्तकांत याच अंगाचें विवेचन केलें आहे.

ज्योतिःशास्त्राचें दुसरें अंग म्हणजे पूर्वोक्त प्रत्यक्ष गोष्टींच्या परोक्षकारणाचें विवेचन. ग्रह सूर्याभोंवतीं व उपग्रह ग्रहांभोंवतीं कां फिरतात ? ते त्यांच्या बंधनांतून सुटून कां जात नाहींत ? किंवा सूर्यावर जाऊन कां आदळत नाहींत ? त्यांच्या कक्षा अधिक कमी लांबोड्या कां आहेत ? ग्रहकक्षांचे संपात मागें कां सरकतात?

नीचोच्चबिंदु पुढें कां सरकतात? राहु ३ कलाच कां मागें जातो, अधिक कां जात नाहीं? ही सूर्यसंस्था (Solar System) निरंतर अशीच राहील किंवा **सूर्या-यस्वाहा होईल**? इत्यादि परमाश्चर्यकारक आणि परमेश्वराविषयीं परम पूज्यभाव उत्पन्न करणाऱ्या गोष्टींचें विवेचन या दुसऱ्या अंगांत येतें.

विचार केला तर असें दिसून येतें कीं, हें दुसरें अंग पहिल्या अंगापेक्षां कितीतरी पट श्रेष्ठ आहे! पहिलें कार्य आहे आणि दुसरें कारण आहे. हें दुसरें अंग म्हणजे ईश्वराच्या अगाध करणीच्या रहस्यांचें रहस्य आहे. याला भुलून जाऊन अमेरिका, इंग्लंड, फ्रान्स, जर्मनी या देशांतील ज्योतिःशास्त्रवेत्त्यांनीं हें रहस्य पूर्ण-पणें हस्तगत करून घेण्यासाठीं आजन्म श्रम करून उत्तमोत्तम ग्रंथ लिहिले आहेत, त्यांची वार्ता देखील आम्हांस नाहीं. या शास्त्राच्या अभिवृद्ध्यर्थ साहाय्य करणें ही गोष्ट आपल्या राष्ट्रीय कर्तव्यांपैकीं एक कर्तव्य आहे अशी सर्व पाश्चात्य पराक्रमी राष्ट्रांची दृढ समजूत झाली आहे.[1]

---

१ फ्रेंच सरकार Annuaire नांवाचें पुस्तक इ. स. १७९५ पासून प्रतिवर्षीं प्रसिद्ध करीत असतें. त्याच्या प्रस्तावनेमध्यें त्यांचीं अंगीकृत कर्तव्यें नमूद केलीं असतात. त्यांचा थोडासा उतारा खालीं दिला आहे.

II (la Bureau des Longitudes) est institue en vue du perfectionnement de's diverses branches de la Science astronomique et de leurs applications á la geographie, â la navigation et â la physique du globe, ce qui comprend:

..............4° l'avancementddes the'ories de la me' canique ce'leste et de leurs applications; le perfectionnement des Tables du Soleil, de la Lune et des planets; 5°............................

महापुरुष **नेपोलियन** बादशहा जसा रणधुरंधर होता तसाच तो शास्त्रें व कला यांचा मोठा पुरस्कर्ताही होता. आमच्या परमपूज्य **चक्रवर्तिनी महाराणीसाहेबांच्या** उदाराश्रयानें जशीं **हानसेन**चीं चंद्रकोष्टकें (इ० स० १८५७) छापलीं गेलीं त्याप्रमाणेंच **बुर्ग**चीं चंद्रकोष्टकें **नेपोलियन** बादशहाच्या औदार्यानें (इ० स० १८०६) छापलीं गेलीं. त्यांची प्रत बादशहास नजर करितेसमयीं लाग्रांज लाप्लास, लालंद डिलांबरसारखे महागणिती बोर्ड ऑफ् लाँजटिच्यूडचे मेंबर होते. त्यांच्या अर्पणपत्रिकेंत पुढील हृदयंगम उद्गार नमूद आहेत.

.....................ce n'est point au Vainqueur de Marengo et d'Austerlitz,.. ....que le Bureau des Longitude vient offrir le tribut de ses veilles. C'est au Protecteur e'claire' des sciences et des arts, qui couvert de tant de gloire daignait entrer dans nos rangs, assister a' nos confe'rences, animer, encourager et diriger nos travaux.....................

हें परम रहस्य आमच्या देशबांधवांना कळवून तद्द्वारा आमच्या जुन्या ज्योतिःशास्त्राचा जीर्णोद्धार करावा अशी आमची उत्कटेच्छा आहे. पण वस्तुस्थिति संन्याशाच्या लग्नाप्रमाणें प्रतिकूल आहे. ह्मणून पूर्वांगविषयक हें पुस्तक प्रथम लिहिणें जरूर पडलें. उत्तरांगावर ग्रंथ लिहिण्यास अनेक विद्वानांची व द्रव्याची मदत लागते. वर्तमान स्थितीवरून विचार करतां हें काम दुर्घट दिसतें; तथापि हा विषय आमच्या वाचकांच्या नुसता कानावरून गेला तरी कधीं काळीं त्याच्या अभ्युदयार्थ परमेश्वर कोणाला तरी प्रेरणा करील, अशा समजुतीनें या विषयाचें केवळ दिग्दर्शन मात्र आम्ही खालीं करीत आहों.

या विषयास इंग्रजींत Physical Astronomy, Theoretical Astronomy, Celestial Mechanics अशीं नांवें आहेत. आम्हीं यास ' **दिव्यशिल्प** ' हें नांव योजिलें आहे. दिव्यशिल्पाचे दोन विभाग आहेतः—

१ ला. गोलद्वयप्रश्न Problem of Two Bodies.
२ रा. गोलत्रयप्रश्न Problem of Three Bodies.

प्रथम सूर्य आणि ग्रह असे दोनच गोल आहेत असें कल्पून कोणा एक्या विवक्षित क्षणीं त्या दोन गोलांमधील सरळरेषारूप अंतर (Distance), त्यांचें प्रकृत्यंश (Mass), ग्रहाचा वेग (Velocity), आणि गमनदिशा (Direction) या गोष्टी समजल्या तर येवढ्यावरून ग्रहाचें मध्यमांतर (Mean Distance), नीच (Perihelion), केंद्रच्युति (Excentricity), आणि प्रदक्षिणाकाल (Periodic Time), हीं चार मानें (मूलांक, Elements.) गणितानें कशीं आणावीं, हा प्रकार गोलद्वयप्रश्नांत सांगितला असतो.

पूर्वीं सूर्य आणि ग्रह असे दोनच गोल होते. पण आतां एक नवीनच ग्रह आणून त्याला सूर्याभोंवतीं फिरावयाला लाविलें तर त्यापासून पहिल्या ग्रहाच्या पूर्वोक्त मूलांकावर काय परिणाम होतो या गोष्टीचा विचार गोलत्रयप्रश्नांत केला असतो. नवीन ग्रह येण्याच्या पूर्वीं पहिल्या ग्रहाचे मूलांक स्थिर होते. म्हणजे कालत्रयीं त्यामध्यें फेर पडला नसता. पण आतां या नवीन ग्रहाच्या उपस्थितीमुळें पहिल्या ग्रहाचे सर्व मूलांक चल होतात. तिघांच्या सापेक्ष स्थित्यनुसार या गोलत्रयांतून जाणाऱ्या पातळीमध्यें सूर्य आणि पहिला ग्रह कमीजास्त ओढले जातात. या ओढाताणीस आम्हीं **परिपीडन** (Perturbation) हें नांव योजिलें आहे. गणिताच्या सोयीसाठीं या परिपीडनाचे तीन प्रकार केले जातात.

१ ला प्रकार. **महाकालिक** (Secular Perturbation). याचें उदाहरण चंद्र ग्रह इत्यादिकांचें कालांतरसंस्कार. हे कलाच्या वर्गघनानुसार बदलतात, याच्या एका पर्यायास लाखों वर्षें लागतात.

२ रा प्रकार. **दीर्घकालिक** (Long Period Perturbation) याचें उदाहरण गुरु आणि शनि यांचे मोठे संस्कार.

३ रा प्रकार. **अल्पकालिक** (Short Period or Periodic Perturbations) याचें उदाहरण गुरु आणि शनि यांचे लघु संस्कार. चंद्राचे तिथिच्युत्यादि संस्कार. दिव्यशिल्पशास्त्र जितकें आनंददायक आहे तितकेंच तें बिकटही पण आहे. याच्या अध्ययनास पुढें सांगितलेल्या विषयांचें मार्मिकज्ञान लागतें.

उच्चबीजगणित. Higher Algebra.

समीकरणोपपत्ति. Theory of Equations.

बैजिक भूमिति. Analytical Geometry.

परमाणुगणित. Differential Calculus.

पिंडगणित. Integral Calculus.

परमाणुसमीकरणें. Differential Equations.

गणिताच्या बहुधा प्रत्येक शाखेवर **टॉड्हंटर** या गणिताचार्यांचीं पुस्तकें आहेत. तीं एकाच्या हातचीं असल्यामुळें चांगलीं सुसंगत आहेत. इतर विद्वानांनीं निरनिराळ्या गणितशाखांवर लिहिलेले शेंकडों उत्तम ग्रंथ इंग्लिश आणि फ्रेंच भाषेंत आहेत. प्रत्येक ग्रंथ आपापल्या परीनें चांगलाच असतो. एका पुस्तकांत एका विषयाचें विवेचन उत्तम असेल तर दुसऱ्या पुस्तकांत दुसराच विषय तितकाच उत्तम प्रतिपादिलेला असतो. म्हणून केवळ पुस्तकावरूनच ज्यांना या शास्त्राचें अध्ययन करणें असेल त्यांनीं एकाच शाखेसंबंधानें लिहिलेलीं अनेक विद्वानांचीं पुस्तकें वाचणें बरें.

पण विद्यार्थिवर्गाच्या तर्फेनें असेंही म्हणतां येईल कीं, पूर्वोक्त ग्रंथांत प्रत्येक बाबीचा विस्तार फारच केलेला असतो, त्यापैकीं ज्योतिःशास्त्रास जरूर लागणाऱ्या गोष्टी कोणत्या हें न समजल्यामुळें नवीन विद्यार्थी निराश होण्याचा संभव फार. अत्यंत चिकाटीचे विद्यार्थी क्वचित् असतात. म्हणून प्रत्येक शाखेचीं मूलतत्त्वें उत्तम रीतीनें थोडक्यांत समजावून देणारी व त्या त्या तत्त्वांचा दिव्यशिल्पास कोठें व कसा उपयोग होतो, तें जेथल्या तेथें सांगून देणारी अशी एक मराठी किंवा इंग्रजी भाषेंत ज्योतिर्गणित-पुस्तकावलि तयार करणें अत्यावश्यक गोष्ट आहे.

ज्योतिःशास्त्राच्या सांगोपांग अध्ययनास उपयोगीं अशी इंग्लिश व फ्रेंच भाषेंत लिहिलेल्या पुस्तकांची यादी वाचकांच्या माहितीसाठीं येथें देऊन ही उपपत्तिमीमांसा संपवितों.

1 Outlines of Astronomy – by Sir John Herschel.
2 Astronomy – by Sir Norman Lockyer.
3 Gravitation – by Sir George B. Airy.
4 Higer Algebra – by Hall and Knight.
5 Course of Mathematics – by P. T. Main.
6 Trigonometry – by I. Todhunter and J. Hymers.
7 Conics – by W. H. Drew.
8 Co-ordinate Geometry – by Todhunter.
9 Infinitesimal Calculus i. e. Principles of the Differential and Inetgral Calculus — by D. A. Murray and E. Edser.
10 Differential Equations — by D. A. Murray, A. R. Forsyth and J. Hymers.
11 Dynamics — by P. G. Tait and W. J. Steele, E. J. Routh and G. B. Airy.
12 Matter and Motion — by Maxwell.
13 Celestial Mechanics — by F. R. Moulton, M. Duhamel, La Place, G. Ponte'coulant, A. Souchon, and F. Tysserand.
14 Lunar Theory — by H. Godfray, J. C. Adams, G. B. Airy, E. W. Brown and H. Poincare.
15 Planetary Theory — by C. H. H. Cheyne, G. B. Airy, Le Verrier.
16 Calculation of Orbits — by F. Tisserand, Watson.
17 Theory of Astronomy — by Rev. R. Main, J. Hymers and Rev. S. Vince.

मध्यमगणित.

ज्योतिःशास्त्राचें पूर्वांग जें गोलीयज्योतिष (Spherical Astronomy) त्याचेंच विवेचन करणें, हा या पुस्तकाचा मुख्य हेतु आहे असें वर आम्हीं कळविलेंच आहे. हें उपपादन चांगलें समजण्यास वाचकांस निदान बीजगणित, भूमिति, त्रिकोणमिति (सरळ आणि गोलीय) आणि शंकुच्छिन्न

इतके विषय तरी अवगत असले पाहिजेत. वाचकांची इतकी पूर्व तयारी आहे असें गृहीत धरून या उपपत्तिकथनास आम्हीं प्रारंभ करीत आहों[1].

ज्योतिःशास्त्राचा विषय प्रत्यक्ष म्हणजे डोळ्यांस दिसणारा आहे. म्हणून शक्य तितक्या प्रयत्नानें तो आकृतीच्या द्वारें समजावून सांगणें बरें. पहिल्या भागांत नीच, पात, मंदफल, शीघ्रफल, शर, मंदकर्ण, शीघ्रकर्ण, इत्यादि शब्दांचा उपयोग केला आहे. पण हें सर्व शाब्दिकज्ञान झालें. ज्या पदार्थांचे वाचक हे शब्द आहेत ते पदार्थ प्रत्यक्ष पाहिल्यानें जें ज्ञान होतें तें या कोरड्या शाब्दिकज्ञानापेक्षां शंभरपट पक्कें असतें. म्हणून ग्रहमालारूपी इमारतीचें चित्र वाचकांच्या डोळ्यांपुढें मांडण्याचा प्रयत्न या प्रकरणांत आम्हीं करीत आहों.

१ ल्या भागाच्या उपोद्घातांत विश्व आणि ग्रहमाला यांचा संबंध दाखविला आहेच. येथें ग्रहमालेचा व आमचा संबंध कसा आहे तो दाखवितों. आकृति १ पहा. इचे दोन भाग आहेत. १ ल्या भागांत सूर्य आणि त्याच्या भोंवतीं फिरणारे बुध, शुक्र, पृथ्वी आणि मंगळ या चार ग्रहांच्या कक्षा दाखविल्या आहेत. याच स्केलानें अवशिष्ट ग्रहांच्या कक्षा काढिल्या असत्या तर २० पट रुंद जागा लागली असती म्हणून स्केल २० पट कमी करून दुसरा भाग काढिला आहे. पहिल्या भागांत मंगळाची कक्षा सर्वांत मोठी आहे तीच दुसऱ्या भागांतील कक्षांमध्यें सर्वांत लहान आहे. या दुसऱ्या भागांत मंगळ, गुरु, शनि, वरुण आणि इंद्र या पांच ग्रहकक्षा दाखविल्या आहेत. दोनही आकृतींच्या मध्यभागीं सूर्य आहे. हाले धूमकेतूची कक्षा अत्यंत लांबट दीर्घवर्तुलाकार आहे. तिचें नीचस्थान पहिल्या भागांत बुधकक्षेच्या थोडें बाहेर आहे आणि उच्च २ ऱ्या भागांत इंद्रकक्षेच्याही पलीकडे गेलें आहे.

आपण भरतखंडनिवासिजन दक्षिणेकडे तोंड करून पुस्तक क्षितिजावर उभें धरून वाचीत आहों अशी कल्पना करावी म्हणजे या पहिल्या आकृतीची पातळी आकाशस्थ ग्रहमालेच्या पातळीशीं बरीच समांतर होईल. डावेकडील चित्रा

---

(१) हे विषय हल्लींच्या मराठी शिक्षणक्रमांतून बहुतेक गाळले असल्यामुळें यावरील जुनीं मराठी पुस्तकें दुर्मिळ झालीं आहेत. गत वर्षीं रा० रा० रंगनाथ नारायण मोहाळकर यांनीं सरळ रेषात्रिकोणमितीवर मराठींत एक उत्तम पुस्तक लिहून प्रसिद्ध केलें आहे. सुमारें ६० वर्षांपूर्वीं पुण्याच्या पाठशाळेंतून सरळत्रिकोणमिति ’ नांवाचें पुस्तक छापलें होतें. त्यांत लायतमाचीं आणि प्रत्येक कलेच्या भुजज्या, कोटिज्या, स्पर्शरेषा यांचीं कोष्टकें आहेत. नगरकरांचें बीजगणित, संतितिन्नरकरांचें शंकुच्छिन्न, करकरे यांची भूमिति, समीकरणें, शून्यब्धि आणि मूलपरिणाति नांवाचें एक पुस्तक, हीं सर्व आतां दुर्मिळ झालीं आहेत.

तान्यांतून निघून सूर्याच्या मध्यबिंदूंतून पार जाऊन रेवतीकडे जाणारी एक आडवी रेघ काढलेली आहे. ही रेघ सूर्य आणि रेवती यांच्या दरम्यान प्रत्येक ग्रहकक्षेस ज्या बिंदूंत छेदिते तो बिंदु त्या कक्षेवर भोग म्हणजे कंसाकार अंतर किंवा कोन मोजण्याचें आरंभस्थान आहे असें समजावें. सर्व ग्रह आकृतींत शराग्रानें दाखविलेल्या दिशेनें म्हणजे अपसव्य दिशेनें सूर्याभोंवतीं सर्वकाल फिरत असतात. हालेचा धूमकेतु मात्र सव्य दिशेनें सूर्य प्रदक्षिणा करितो.

सूर्यापासून पृथ्वीपर्यंत जें सरळरेषात्मक अंतर आहे तें सुमारें ९ कोटि मैल आहे. या अवाढव्य अंतराला मानदंड (Astronomical Unit) समजून इतर ग्रहांचीं अंतरें याच मानदंडानें मोजून सांगण्याची पाश्चात्य ज्योतिर्वेत्त्याची वहिवाट आहे. म्हणून आकृतींत सूर्यापासून रेवतीकडे जाणाऱ्या रेषेवर सूर्य व ग्रह यांमधील अंतरें याच स्केलाप्रमाणें दाखविलीं आहेत. प्रत्येक ग्रहाला सूर्याभोंवतीं एक प्रदक्षिणा करण्यास लागणारे दिवस त्या त्या कक्षेवर दाखविले आहेत.

८ व्या आकृतींत ग्रहांच्या कक्षा निरुपायास्तव एकाच पातळींत दाखविल्या आहेत. त्या सर्व सूर्याच्या मध्यबिंदूंतून गेल्या आहेत ही गोष्ट खरी आहे. पण प्रति दोन पातळ्यांमध्यें दोन चार अंशांचा कोन आहे असें समजावें. आकृतींच्या पातळीच्या बाहेर दूर राहून त्यांच्याकडे पाहिलें तर त्या कक्षा जशा दिसतात तशा त्या आकृतींत काढिल्या आहेत. पण आपण सूर्याच्या मध्यबिंदूंतून ग्रहकक्षा पाहिल्या तर त्या कशा दिसतील त्याची प्रत्यक्ष प्रतीति येण्यासाठीं थोडी खटपट केली पाहिजे.

सुमारें दोन हात लांब अशी एक ताठ छडी अथवा लोखंडी काडी घेऊन तिजवर आकृतींत दाखविल्याप्रमाणें तारेचीं दोन समकेंद्र (concentric) वर्तुलें बांधावीं, अशीं कीं त्यांच्या पातळ्यांमध्यें दोन चार अंशांचा कोन होईल. नंतर त्यांचा मध्यबिंदु आपल्या डोळ्यापाशीं धरून त्या दोन वर्तुलाकडे पहावें. पूर्वीं तीं लहानमोठीं आणि अलग दिसत होतीं; पण आतां तीं समान आकाराचीं, परस्परांस छेदणारीं आणि पलीकडील भिंतीवर अथवा आकाशावर उमटलेलीं अशीं महावृत्तें (Great Circles) दिसतील. त्या दोहोंपैकीं एका कक्षेला क्रांतिवृत्त ह्मटलें तर दुसऱ्याला ग्रहकक्षा म्हणतां येईल. सूर्यावरून पाहणाऱ्यास सर्व ग्रहांच्या कक्षा याप्रमाणें आकाशावर उमटलेल्या परस्परांस समोरासमोरील बिंदूंत छेदणाऱ्या आणि महावर्तुलाकार, दिसतात ही गोष्ट पक्की ध्यानांत ठेवावी.

---

(१) अस्त्युत्तरस्यां दिशि देवतात्मा हिमालयो नाम नगाधिराजः ।
पूर्वापरौ तोयनिधी वगाह्य स्थितः पृथिव्या इव मानदंडः ॥
— कुमारसंभवम्.

पातः–दोन पातळ्यांचा छेद रेषारूप असतो. या रेषेला **संपातरेषा** ह्मणतात. पृथ्वीच्या कक्षेची पातळी सूर्यावरून पाहणाऱ्यास आकाशावर वर्तुळाकार उमटलेली दिसते, असें वर सांगितलेंच आहे. त्या वर्तुळास **क्रांतिवृत्त** ह्मणतात. इतर प्रत्येक ग्रहाच्या कक्षा या क्रांतिवृत्तास समोरासमोर ह्मणजे परस्परांपासून १८० अंश अंतरावर असणाऱ्या दोन बिंदूंत छेदितात. ग्रह आपल्या कक्षेंत फिरत असतांना ज्या बिंदूंतून गेला असतां तो क्रांतिवृत्ताच्या उत्तर बाजूस येतो, त्या बिंदूला **उत्तरसंपात** (Ascending Node) किंवा नुसता **पात** म्हणतात. उत्तरसंपाताच्या समोर १८० अंशांवर **दक्षिणसंपात** (Descending Node) असतो. आकृतींत ग्रहांचे उत्तरसंपातबिंदु त्यांच्या कक्षांवर शराग्रानें दाखविले आहेत.

क्रांतिवृत्त व ग्रहकक्षा यांच्या पातळ्यांमधील कोनाला **विक्षेप** (Inclination) म्हणतात. हा कोन त्या ग्रहाच्या परमशरायेवढा असतो. ग्रहांच्या कक्षावृत्तास आमच्या प्राचीन ग्रंथांत **विक्षेपवृत्त** असें म्हटलें आहे.

ग्रहांच्या अन्योन्याकर्षणामुळें कक्षापातबिंदु अत्यंत मंदगतीनें मागें सरकत जातात. (कोष्टक ६ पहा.)

नीचें:—आकृतींत ग्रहांच्या कक्षा वर्तुलाकार दाखविल्या आहेत. पण वास्तविक त्या तशा नाहींत. छतांतून सूर्यकिरण भिंतीवर किंवा जमिनीवर तिरपें पडलें असतां त्याचा आकार जसा लांबट (दीर्घवर्तुलाकार) दिसतो तशा आकाराच्या त्या आहेत. (आकृति २ पहा.) ही बुधकक्षा आहे. ही दीर्घवर्तुलाकार आहे. C हा मध्य आहे. H,S. हे दोन फोकस किंवा नाभी आहेत. S या फोकसांत सूर्य आहे. A बिंदु सूर्याला अत्यंत समीप आहे म्हणून त्याला **नीच** (Perihelion) ह्मणतात. B बिंदु अत्यंत दूर आहे म्हणून त्याला **उच्च** (Aphelion) म्हणतात. CH, आणि CS हीं अंतरें समान आहेत. CA, CB हीं अंतरेंही समान आहेत. त्यांस **मध्यममंदकर्ण** (Mean Distance) ह्मणतात. CS/CA या अपूर्णांकाला **केंद्रच्युति** (Excentricity) म्हणतात. S या सूर्यापासून M, Q, P, इत्यादि परिघावरील कोणत्याही बिंदूपर्यंत जें सरलरेषाकार अंतर त्याला **मंदकर्ण** (Radius Vector) म्हणतात.

(आ. १ ली पहा) ग्रहांचीं नीचस्थानें ˘ या चिन्हानें दाखविलीं आहेत. हीं नीचें ग्रहांच्या परस्पराकर्षणामुळें अत्यंत मंदगतीनें पुढें सरकत असतात. शुक्राचें नीच मात्र पाताप्रमाणें मागें सरकतें. कोष्टक ५ पहा.

(१) उच्चस्थितो व्योमचरः सुदूरे नीचास्थितः स्यान्निकटे धरित्र्याः । सि. शि. म.

CS/CA म्हणजे CS÷CA

ग्रहांचे भोगः—ग्रहांचीं नीचें व पात जशीं स्थिरप्राय आहेत तसे ग्रह नाहींत. बुध जो सूर्याला समीपतम आहे तो तर दररोज ४ अंश चालतो. म्हणजे सूर्यावरून पहाणाऱ्यास त्याच्या आजच्या आणि उद्यांच्या स्थानांत मध्यममानानें ४ अंशाचा कोन दिसून येतो. (कोष्टक १ लें पहा.) पुढें इंद्रापर्यंत दिनगति उत्तरोत्तर कमी होत गेली आहे. याप्रमाणें सर्वग्रह सूर्याभोंवतीं सार्वकाल फिरत असतात. त्यामुळें प्रतिक्षणीं त्यांचीं स्थानें बदलत जातात. म्हणून उदाहरणार्थ उज्जयिनी येथें शके १८२८ पौष वद्य २ या बुधवारीं मध्यम सूर्योदयानंतर २७ घ० १४ पळें या वेळीं सूर्यावरून पहाणाऱ्यास मध्यमग्रह ज्या ज्या स्थानीं दिसत होते, तीं तीं स्थानें त्या त्या कक्षेवर बिंदू देऊन दाखविलीं आहेत. आणि ग्रहांचीं नांवें केवळ अंकांनीं सुचविलीं आहेत. जसें ३ म्हणजे पृथ्वी, ४ म्हणजे मंगळ असा संकेत केला आहे. (आकृति १ पहा.)

मध्यमगतिः—आकाशांत फेंकलेल्या दगडाची गति जशीं क्षणोक्षणीं बदलत जाते, तद्वत् ग्रहाची गति प्रतिक्षणीं निराळी असते. पण हें बदलणें नियत असतें —म्हणजे ग्रह नीचापासून उच्चाकडे जातांना ती ज्या प्रमाणानें कमी कमी होत जाते त्याच प्रमाणानें ग्रह परत नीचाकडे येत असतांना ती वाढत जाते. नीचोच्चस्थानांच्या मधोमध ग्रह आला म्हणजे त्याची गति आणि मंदकर्ण हीं मध्यम असतात. (आकृ. २ येथें M स्थानीं बुधाची दिनगति मध्यम ४·९२ अंश आणि मंदकर्ण ·३८७१ आहेत.)

अशा क्रमवर्धिष्णुगतीनें चालणाऱ्या ग्रहाचें स्थान निश्चित करण्याच्या कामीं, मध्यमगतीनें चालणाऱ्या कल्पित ग्रहाचा कसा उपयोग होतो, तो प्रकार पुढें रविमध्य गणिताच्या उपपत्तिप्रसंगीं सांगितला जाईल. सध्यां येथें एक दृष्टांत देऊन हें प्रकरण संपवितों. शाळेमध्यें हजर मुलांची संख्या रोजची निराळी असते, म्हणून महिन्याच्या शेवटीं, रोजच्या हजर संख्येची बेरीज करून, तिला शाळा चालू असलेल्या दिनसंख्येनें भागिलें म्हणजे, रोजची सरासरीची हजरी निघते. याप्रमाणेंच ग्रहाच्या रोजच्या असमानगतीची बेरीज केली तर प्रदक्षिणेच्या अखेरदिवशीं तिची एकंदर बेरीज बरोबर ३६० अंश भरते. म्हणून ३६० अंशास प्रदक्षिणेच्या दिवसांनीं भागिलें म्हणजे ग्रहाची रोजची सरासरी गति निघते, तिलाच मध्यमगति म्हणतात.

वेधावरून मध्यमगति ठरविणें.

मध्यमगति सूक्ष्मपणें ठरविणें जसें महत्वाचें आहे तसेंच तें बिकटही आहे. या कामासाठीं वेध जितके प्राचीन असतील तितके चांगले. पण प्राचीन वेध अर्वाचीन वेधांइतके सूक्ष्म नसतात, म्हणून पुष्कळ प्रसंगीं अर्वाचीन अल्पकालांतरित पण सूक्ष्म अशा वेधांवरून मध्यमगति ठरविणें योग्य दिसतें.

पिकार्ड या फ्रेंच ज्योतिष्यानें सूर्य आणि **प्रभ्वा*** (Procyon) तारा यांचें अंतर वेधावरून काढिलें. तें तारीख १ एप्रिल १६६९ इसवी रोजीं **पारीसचा** मध्यमकाल ० अ. ३ मि. ४७ सेकंद यावेळीं ९° ५९′ ३६″ आलें.

पुढें दुसरा फ्रेंच ज्योतिषी **लाकेल** यानें इ. स. १७४५ च्या एप्रिल महिन्याच्या २ ऱ्या आणि ३ ऱ्या तारखेस वेध करून सूर्य आणि **प्रभ्वा** तारा यांच्यामध्यें पूर्वोक्त अंतर पडण्याची वेळ आणिली ती पारीस येथें एप्रिल ता. २ री ११ अ. १० मि. ४५ से. आली.

यां दोन वेधांमध्यें २७७५९ दि. ११ अ. ६ मि. ४८ से. इतका काल गेला. व या कालांत प्रभ्वा ताऱ्याभोंवतीं सूर्याच्या बरोबर ७६ प्रदक्षिणा झाल्या. म्हणून या कालाला ७६ नीं भागिलें तर एका **नाक्षत्रसौर**वर्षाचें मान ३६५ दि. ६ अ. ८ मि. ४७ से. येतें. म्हणजे आमच्या हिंदी पद्धतीचें ३६५ दि. १५ घ. २२ प. येतें.

या प्रमाणें अनेक वेध करून येणाऱ्या अनेक नाक्षत्रसौरवर्षांचें मध्यममान (Average) काढिलें तर शेवटलीं पळें २२·९ येतात. यावरून आमच्या सूर्यसिद्धांतांतील वर्षमान ३६५ दि. १५ घ. ३१·५ प. हें सुमारें साडेआठ पळें वास्तविक मानापेक्षां अधिक आहे यांत संशय नाहीं.

ग्रीक ज्योतिषी **हिपार्कस** यानें इ० स० पूर्वी १२८ व्या वर्षी वेध करून **चित्रा** ताऱ्याचा सायन भोग १७४° काढिला आणि **मघा** ताऱ्याचा ११९° ५०′ काढिला. आमच्या ज्योतिर्गणिताच्या २३२ व्या पृष्ठावर चित्रेचा सायन भोग २०२° ११′ आहे व मघा ताऱ्याचा १४८° ११′ आहे. हे भोग ता० १ जानेवारी १८८१ या दिवसाचे आहेत. यावरून २००८ वर्षांत चित्रा ताऱ्याचा सायन भोग २८° ११′ वाढला आणि मघा ताऱ्याचा २८° २१′ वाढला असें झालें. या दोन संख्यांचें मध्यममान २८° १६′ ही २००८ वर्षांची अयनगति (Precession of the Equinoxes) झाली. यावरून एका वर्षाची अयनगति ५०″·८ विकला येते. ह्मणून **ग्रहलाघव**कारांची वार्षिक अयनगति ६०″·० विकला ही वास्तविकगतीपेक्षां ८·९ विकलांनीं अधिक आहे, हें सिद्ध.

आमच्या भारतीय ज्योतिर्वेत्त्यांवर पाश्चात्त्यांचा असा दोषारोप आहे कीं, प्राचीन **खाल्डीयन, ग्रीक** लोकांनी जसे आपले वेध जपून ठेविले तसें आमच्या ज्योतिष्यांनीं केलें नाहीं. आमचे ज्योतिषग्रंथ सर्वत्र सिद्ध अंकांनीं भरलेले आहेत. पण ते कोणकोणाच्या व किती वर्षांच्या वेधांवरून सिद्ध केले या गोष्टीचा उल्लेख एकाही ग्रंथांत नाहीं. ही अत्यंत शोचनीय गोष्ट आहे. यामुळें आम्हांवर कृतघ्नतेचा आणि परस्वापहाराचा आरोप करण्यांत येतो. हा दूर करण्यास

*आमचें 'आकाशाचे नकाशे' नांवाचें पुस्तक पहा.

आमच्याजवळ पुरावा नाहीं. ग्रहलाघवकारांचा पिता **केशवदैवज्ञ** हा वेधकर्ता होता. यानें मात्र आपले वेध लिहून ठेविले आहेत. ग्रहलाघवकारांनीं आपण पाहिलेल्या खग्रास सूर्यग्रहणाचा काल पुढील श्लोकांत सांगितला आहे. त्यावरून चांद्रमासाचें मध्यममान ठरविण्यास बरीच मदत होण्याजोगी आहे. तो श्लोक असाः—

शाके त्र्यब्धींद्र १४४३ तुल्ये वृषशरादि मधौ मासि बाणेंदु १५ नाडी
तुल्ये दर्शेऽश्विधिष्ण्ये दिनकर दिवसे भानुसर्वग्रहोऽभूत् ।
तस्मिन्सर्वग्रहेऽस्तंगतमपि सकलं काव्यसप्तर्षिमुख्या-
स्तारा दृष्ट्वांधकाराकालितमिह जगत्तत्तु हाहा चकार ॥

वरील सूर्यग्रहणाची तारीख ७ वी एप्रिल १५२१ इ० येते.

टालेमी (इ० स० १४०) या इजिप्तदेशच्या ज्योतिर्वेत्त्यानें आपल्या अल्माजेस्त नांवाच्या ग्रंथांत बाबिलोन शहरीं खाल्डीयन लोकांच्या अमदानींत पाहिलेल्या तीन चंद्रग्रहणांचा उल्लेख केला आहे. **हानसेन**प्रभृति अर्वाचीन पाश्चात्य ज्योतिर्वेत्त्यांस चंद्राची मध्यमगति ठरविण्याच्या कामीं त्यांचा विशेष उपयोग झाला. तीं आमच्या वाचकांच्या माहितीसाठीं येथें देणें योग्य दिसतें.

अतिप्राचीन चंद्रग्रहणें.

१ लें—तारीख १९ मार्च इ० पू० ७२० वर्षे. स्पर्श सायंकाळीं ७ अ. ३० मि. ग्रहणमध्य ९ अ. ३० मि.

२ रें—तारीख ८ मार्च इ० पू० ७१९. ग्रहणमध्यकाल मध्यरात्रीं. ग्रास ३ अंगुलें.

३ रें—तारीख १ सप्तेंबर इ० पू० ७१९. ग्रहणमध्य रात्रीं ८ अ. ३० मि. ग्रास ६ अंगुलें उत्तरेकडे.

पारीसपासून बाबीलोनचें रेखांतर पूर्व २ अ. ४२ मि. आहे. ही माहिती **एस् व्हिन्सच्या** ग्रंथांत दिली आहे.

कालावधिगणित.

मागील विवेचनावरून ज्योतिःशास्त्रांत कालावधीचें महत्व किती आहे त्याची वाचकांस कल्पना होईल शेंकडों किंवा हजारों वर्षांनीं घडलेल्या दोन गोष्टींमध्यें घटिकापळापर्यंत सूक्ष्मकाल कळल्याशिवाय मध्यमगति ठरविणें किंवा त्यावरून केलेल्या गणिताची प्रतीति पहाणें या दोनही गोष्टी केवळ व्यर्थ आहेत.

सूर्यसिद्धांतादि प्राचीनग्रंथांत कल्पारंभापासून आजपर्यंत लोटलेले दिवस म्हणजे अहर्गण (Number of Days Elapsed) काढावयाचा असतो. त्यामुळें

त्यामध्यें बारा बारा अंक येतात. पुढें या प्रचंड संख्येवरून मध्यमगति आणितांना गणकाच्या नाकीं नव येतें. हा त्रास चुकविण्यासाठीं ग्रहलाघवकारांनीं ११ वर्षांचें म्हणजे ४०१६ दिवसांचें एक चक्र (Cycle) कल्पून इतक्या दिवसांची ध्रुवक नांवाची सूक्ष्ममध्यमगति तयार करून श्लोकरूपानें सांगितली आहे. यामुळें त्यांचा अहर्गण ४०१६ पेक्षां जास्त वाढत नाहीं.

आम्हींही त्यांचेंच अनुकरण केलें आहे; फरक इतकाच कीं, आमचें चक्र १९ वर्षांचें म्हणजे ६९४० दिवसांचेंआहे. आमच्या केतकीग्रहगणितांत आम्हीं याच चक्राचा उपयोग केला आहे. हें चक्र ग्रहलाघवकारांच्या चक्रापेक्षां जास्त सोईचें आहे. या चक्रास पाश्चात्यज्योतिषी (Metonic Cycle) म्हणतात. (प्रख्यात ज्योतिर्वेत्त्यांची त्रोटक माहिती पहा.) या अवधींत चांद्रसौरमानांचा उत्तम मेळ बसतो. आणि अधिकक्षयमासांची पुनरावृत्ति होते. क्षयमासाविषयीं सांगतांना भास्कराचार्य म्हणतातः—

गतोऽब्ध्यद्रिनंदै ९७४ र्मिते शाककाले
तिथीशै १११५ र्भविष्यत्तथांगाक्षसूर्यैः १२५६ ।
गजाद्र्यग्निभूभि १३७८ स्तथा प्रायशोऽयं
कुवेदेंदु १४१ वर्षैः क्वचिद् गोकु १९ भिश्च ॥

सि. शि. म.

दुसरा विशेष असा आहे कीं, या चक्रांच्या पहिल्या १८ वर्षांत ग्रहणाचें चक्र (Saros) पूर्ण होतें. म्हणजे चक्राच्या प्रथमवर्षीं जीं ग्रहणें येतात तींच म्हणजे तितक्याच मासाचीं ग्रहणें १९ व्या वर्षीं घडतात. सूर्यचंद्रांच्या मंदफलाच्या अन्यत्वामुळें स्पर्शादि कालांत मात्र फेर पडतो.

अहर्गण.

एकोणीस वर्षांचें १ चक्र मानिलें असल्यामुळें शके १८०० पासून इष्ट वर्षाच्या आरंभापर्यंत गेलेल्या वर्षसंख्येला १९ नीं भागिलें तर भागाकाराइतकीं गतचक्रें होतात. बाकी राहिलेलीं वर्षें चालू चक्राचीं असतात. म्हणून त्यांस १२ नीं गुणिलें म्हणजे महिने येतात. ते सौरमास असतात. पण आमचा[१] व्यवहार चांद्रमासांवर चालला असतो, म्हणून या सौरमासांचे चांद्रमास केले पाहिजेत.

१९ वर्षांत २२८ सौरमास आणि २३५ चांद्रमास पडतात. म्हणजे ७ चांद्रमास अधिक पडतात. म्हणून ७ चांद्रमास अधिक येण्यास जर २२८ सौरमास लागतात तर १ अधिक मास येण्यास कितीं? या त्रैराशिकानें ३२·६ महिन्यांनीं किंवा

(१) बंगाल, तामिळ, मल्याळ इत्यादि कांहीं देशांत सौरमासाप्रमाणें व्यवहार चालता.

भागाकाराच्या सोयीसाठीं ३३ सौरमासांनीं एक अधिकमास पडतो. यास्तव अधिकमास आणण्यासाठीं सौरमासांस ३३ नीं भागावें असें सांगितलें आहे.

आमच्या गणिताचा प्रारंभ शके १८०० या वर्षी होतो. पण शके १७९९ या वर्षी ज्येष्ठ महिना अधिक पडला होता. म्हणजे अधिक मासाच्या चक्राचा आरंभ १० महिन्यांपूर्वींच झाला होता; म्हणून चालू चक्रांतील अधिकमास आणतांना हे १० सौरमास जमेस धरिले पाहिजेत.

याप्रमाणें अधिकमास आणून ते सौरमासांत मिळविले म्हणजे चांद्रमास होतात. त्यांस ३० नीं गुणून गुणाकारांत चालू महिन्याच्या आरंभापासून गेलेल्या तिथि मिळविल्या तर चालू चक्रारंभापासून एकंदर गततिथि येतात. या तिथींचे दिवस केले पाहिजेत. म्हणून या दोहोंमध्यें काय संबंध असतो तो काढिला पाहिजे

एका सौरवर्षाचा अहर्गण ३६५·२५६३७४४ इ० आहे. यावरून १९ वर्षांचा ६९३९·८७१११ होतो. यांत किंचित् न्यून आहे, तें पूर्ण करून ६९४० पूर्ण दिवस मानण्यास हरकत नाहीं. एकोणीस वर्षांत २३५ चांद्रमास किंवा ७०५० तिथि पडतात असें वर सांगितलें आहे. म्हणून ७०५० तिथि ६९४० दिवसांबरोबर असतात अथवा भागाकाराच्या सोईसाठीं ६४ तिथि ६३ दिवसांबरोबर असतात असें म्हणतां येईल. म्हणून गततिथि आपल्या ६४ व्या हिशानें कमी केल्या म्हणजे अहर्गण होतो असें सांगितलें आहे.

आतां वर्षगणास ६० नीं भागून येणाऱ्या तिथि गततिथींतून वजा कराव्या असें जें सांगितलें आहे त्याचें कारण सांगतों. एका चांद्रमासांत दिवस २९·५३०५८७९ इ० असतात. म्हणून २३५ चांद्रमासांचे दिवस ६९३९·६८८१५६१ झाले. एका चक्राचा अहर्गण ६९४० मानिला असल्यामुळें दर एक चक्रांत दिवस ०·३११८४ जास्त धरिले जातात ते कमी केले पाहिजेत.

दि. ०·३११८४ आपल्या ६३ व्या हिशानें वाढविला म्हणजे तो तिथिरूप ०·३१६७९ होतो. याला ६० नीं गुणिलें म्हणजे घटिका १९·००७४ येतात. यावरून १९ वर्षांत १९ घटिका म्हणजे ६० वर्षांत १ तिथि जास्त धरिली जाते, असें झालें म्हणून जास्त धरलेल्या तिथि कमी करण्यासाठीं वर्षगणास ६० नीं भागून येणाऱ्या तिथि तिथिगणांतून वजा कराव्या असें सांगितलें आहे.

वारज्ञानः—चक्राहर्गणांत ६९४० वारांचे ९९१ फेरे होऊन बाकी ३ वार राहतात. गणितारंभीं बुधवार म्हणजे चौथा वार आहे. म्हणून अहर्गणांत चक्राची तिप्पट आणि ४ या संख्या मिळवून बेरिजेस ७ नीं भागून येणाऱ्या बाकीवरून वारनिर्णय करावा असें सांगितलें आहे.

इंग्रजी तारिखेवरून अहर्गणानयनः—

या गणिताची उपपत्ति उघड आहे. यांत जे ९२ दिवस ऋण क्षेपक आहेत ते इ० स० १८७८ च्या प्रारंभापासून शके १८०० च्या प्रारंभापर्यंत (ता. ० जानेवारी पासून ता० ३ एप्रिल पर्यंत) गेलेले दिवस आहेत. पुढें जे ३ संस्कार सांगितले आहेत ते **पोप ग्रेगोरी**च्या नव्या पद्धती (New Style) प्रमाणें अधिक दिवसांची गणती करण्यासाठीं आहेत.

प्रागहर्गणगणितः–शके १८०० च्या मागील कालांतील अहर्गण आणण्याच्या रीतीची उपपत्ति सहज कळण्यासारखी आहे. सौरमासांत १० बद्दल १८ मिळविण्याचें कारण असें आहे कीं, शके १८०० नंतर १८ महिन्यांनीं म्हणजे शके १८०१ या वर्षी पहिला अधिकमास आश्विन पडला होता. म्हणून मागचें गणित करितांना हे महिने हिशेबांत धरिले पाहिजेत.

मध्यमभोगानयनः–

जर E = क्षेपक = शके १८०० च्या प्रारंभीं स्थिति.

n = मध्यम दिनगति.

t = अखंडाहर्गण = शके १८०० च्या प्रारंभापासून इच्छिलेल्या दिवसापर्यंत एकंदर दिवस.

x = इच्छिल्या दिवशीं स्थिति किंवा मध्यमभोग.

तर $x = \mathrm{E} + nt$ हें उघड आहे.

येथें t = अखंडाहर्गण असें मानिलें आहे. पण गणिताच्या सोईसाठीं त्यापैकीं ६९४० दिवस = १ चक्र = c. आणि शेष दिवसाबरोबर d असें मानिलें आहे.

म्हणून $t = 6940\ c + d$

$nt = 6940\ nc + nd$

पण $x = \mathrm{E} + nt$

$\therefore \quad = \mathrm{E} + 6940\ nc + nd$

म्हणजे,

मध्यमभोग = क्षेपक + चक्रादिनगति + शेषाहर्गणगति.

रविमध्यगणित.

युरोपखंडांत टालेमीपासून कोपर्निकसपर्यंत (इ. स. १४०–१५४०) चौदाशें वर्षे ज्योतिःशास्त्र निद्रावस्थेंत होतें. आमच्या देशांत जसा सूर्यसिद्धांत तसा युरोपांत **टालेमी**चा **अल्माजेस्त** मानिला जात असे. पण १६ व्या शतकांत युरोपखंडांत जेव्हां ग्रहांचे सूक्ष्मवेध होऊं लागले तेव्हां **टालेमीच्या**

ग्रंथावरून केलेल्या गणितांत आणि वेधांत असलेलें महदंतर पाहून युरोपियन ज्योतिषी आश्चर्यचकित झाले. आणि असें कां होत असेल याविषयीं चोहोंकडे ऊहापोह सुरू झाला.

शेवटीं केप्लर (इ. स. १५७१-१६३०) या जर्मन ज्योतिष्यानें आपला गुरु जो टैकोब्राहे त्याचे वेध व आपण स्वतां घेतलेले वेध यांच्या साहाय्यानें मंगळ-कक्षेची आकृति काढून पाहिली. ती वर्तुलाकार न येतां अंडाकृति निघाली. या प्रमाणें बुधाच्या कक्षेची आकृतिही अंडाकार निघाली. म्हणून अंडाकृतीशीं निकट साम्य पावणारें जें दीर्घवर्तुल त्यासारख्या सर्वग्रहांच्या कक्षा असून त्यांच्या एका फोकसांत सूर्य असावा असें अनुमान करून या अनुमानाप्रमाणें गणित करून पहातां वेध आणि गणित यांत उत्तम मेळ बसूं लागला. याप्रमाणें त्यानें १८ वर्षे श्रम करून ग्रहगतीच्या संबंधानें पुढें सांगितलेले तीन महत्वाचे नियम इ. स. १६१८ यावर्षीं शोधून काढिले. ते त्याच्या नांवानेंच (Kepler's Laws) प्रसिद्ध आहेत.

१ ला नियमः – सर्व ग्रहांच्या कक्षा दीर्घवर्तुलाकार आहेत. आणि त्या कक्षांच्या एका नाभींत (Focus) सूर्य असतो.

२ रा नियमः – ग्रह सूर्याभोंवतीं फिरत असतां त्याचे मंदकर्ण सारख्या कालांत सारख्या क्षेत्रावरून जातात.

३ रा नियमः – ग्रहाच्या प्रदक्षिणाकालाचे वर्ग, त्यांच्या सूर्यापासून मध्यमांतराच्या घनाच्या प्रमाणांत असतात.

या तीन नियमांत ग्रहगतीचें सर्व रहस्य आलें आहे. पण असे साधे नियम तरी कां असावेत? हे नियम याहीपेक्षां जास्त साध्या नैसर्गिक नियमांचे परिणाम नसतील कशावरून ? असतील तर तो साधा नैसर्गिक नियम कोणता असावा ! अशी पुन्हां युरोपियन ज्योतिर्वेत्त्यांत तळमळ सुरू झाली.

या परम रहस्याचा शोध लावण्याचें यश इंग्लंद देशांतील प्रसिद्ध तत्वज्ञानी **न्यूटन** यानें इ. स. १६८५ यावर्षीं संपादिलें. आकाशस्थ सर्व जड पदार्थ परस्परांस ओढतात. ही गोष्ट फार प्राचीन कालापासून माहीत होती[२] पण या आकर्षणाचा नियम **न्यूटन**च्या पूर्वीं कोणासही माहीत नव्हता. तो यानेंच प्रथम शोधून काढला. तो असा आहे कीं, **गुरुत्वाकर्षण आकर्षक पदार्थाच्या प्रकृत्यंशाच्या (द्रव्याचा) सरळ प्रमाणांत** आणि आकृष्ट व आकर्षक

---

(१) Tycho Brahe' laissa a' Kepler sa collection d'observations Astronomiques, qui servirent a' ce dernier. avec les siennes, pour decouvrir les trois lois dites Lois de Kepler.

Histoire Abre'ge'e page 24.

पदार्थांमधील अंतराच्या वर्गाच्या व्युत्क्रम प्रमाणांत असतें. द्रव्याच्या या एका अत्यंत साध्या धर्मापासून केप्लरचे तीनही ग्रहगतिनियम सिद्ध होतात. व चंद्राच्या सर्वसंस्कारांची व भरती ओहोटीची उपपत्ति लागते असें त्यानें आपल्या **प्रिन्सिपिया** नांवाच्या ग्रंथांत उत्तम रीतीनें सिद्ध करून दाखविलें आहे.

केप्लरच्या ३ऱ्या नियमाची परीक्षाः—हा नियम खरा असेल तर ध्रुवांकाच्या-शेवटीं (पान ८१) दिलेल्या ग्रहांच्या प्रदक्षिणाकाळाच्या दिनसंख्येच्या वर्गास त्यांच्या मंदकर्णाच्या घनानें भागिलें तर सर्व भागाकार समान आले पाहिजेत. ते तसे येतात हें खालील अंकांवरून पटेल.

बुध	१३३४४१	गुरु	१३३२९४
शुक्र	१३३४१३	शनि	१३३४०१
पृथ्वी	१३३४०८	वरुण	१३३४२२
मंगळ	१३३४१०	इंद्र	१३३४०५

हालेचा धूमकेतु, १३३४५५

वरील अंकावरून केप्लरच्या तिसऱ्या नियमाच्या सत्यतेबद्दल पूर्ण खात्री होते. त्यामध्यें जी क्षुल्लक तफावत दिसते ती देखील आकर्षणशास्त्राच्याच नियमानुसार आहे. तो नियम असा आहे कीं, वरील अंकास सूर्य आणि ग्रह यांच्या प्रकृत्यंशाच्या बेरिजेच्या गुणोत्तरानें गुणिलें तरच समीकरण पूर्ण होतें. उदाहरणार्थ गुरूचा प्रकृत्यंश १ ÷ १०४७ आहे अथवा सुमारें एक सहस्रांश आहे. म्हणून वरील नियमाप्रमाणें १३३२९४ × १·००१ ÷ १ = १३३४२७ हें गुरूचें प्रमाण केप्लरच्या नियमाच्या पुरवणीप्रमाणें सिद्ध झालें. पुरवणीसह केप्लरचा नियम खालीं लिहिल्या-प्रमाणें असला पाहिजे.

$$\frac{a^3_{1,2}}{a^3_{3,2}} = \frac{P^2_{1,2}}{P^2_{3,2}} \times \frac{M_{1,2}}{M_{3,2}};$$ Moulton's Celestial Mechanics.

या समीकरणांत a, P, आणि M हीं अनुक्रमें ग्रहांचें अंतर, प्रदक्षिणाकाल आणि प्रकृत्यंशांची बेरीज आहेत आणि $_{1,2,3}$ हे तलस्थ अंक अनुक्रमें १ ला ग्रह सूर्य आणि २ रा ग्रह यांचें दर्शक आहेत. $a_{1,2}$ म्हणजे १ ला ग्रह आणि सूर्य यांचें

(२) आकृष्टशक्तिश्च मही तया यत्खस्थं गुरु स्वाभिमुखं स्वशक्त्या ।
आकृष्यते तत्पततीव भाती समं समंतात्कपतत्वियं खे ॥ पान १०३ – सि. शि. म.
अदृश्यरूपाः कालस्य मूर्तयो भगणाश्रिताः ।
शीघ्रमंदोच्चपाताख्या ग्रहाणां गतिहेतवः ॥
तद्वातरश्मिभिर्बद्धास्तैः सव्येतरपाणिभिः ।
प्राक्पश्चादपकृष्यंते यथासन्नं स्वादिङ्मुखम् ॥ – सूर्यसिद्धांत.

(३) प्राचीन मताप्रमाणें ग्रह पृथ्वीभोंवतीं फिरत नाहींत. तर ते सूर्याभोंवतीं फिरतात हीं गोष्ट दखील वरील अंकावरून सिद्ध होते.

अंतर; $P_{1,2}$ म्हणजे १ ल्या ग्रहाचा सूर्याभोंवतीं प्रदक्षिणाकाल आणि $M_{1,2}$ म्हणजे १ ला ग्रह आणि सूर्य यांच्या प्रकृत्यंशांची बेरीज. याप्रमाणेंच छेद१दाचा अर्थ समजावा.

यापुढें रविमध्यगणिताची आम्हीं जी उपपत्ति देणार आहों तिचा आधार म्हटला म्हणजे केप्लरचे पहिले दोन नियम. या नियमांची उपपत्ति सांगणें गोलद्वय प्रश्नाचा विषय आहे. म्हणून तें काम सध्यां बाजूस ठेविलें पाहिजे. या नियमानुसारें गणित केलें तर गणित आणि वेध यांमध्यें उत्तम मेळ दिसून येतो. सद्यःहीच या दोन नियमांची उपपत्ति आहे असें समजावें. ज्यांस या भागाच्या पूर्वपीठिकेंत सांगितलेले सहा विषय चांगले अवगत असतील त्यांनीं वर सांगितलेला दिव्य शिल्पावरील ग्रंथ पहावा. त्यांत पान (७६) येथें वरील तीनही नियमांचें उपपादन केलें आहे.

रविमध्यगणिताचें प्रदर्शन.

ग्रहगणितपद्धतींत ग्रहांचें रविमध्यगणित कसें करावें तें न्यास २ यांत दाखविलें आहे. पण न्यासांत नुसते अंक मांडून दाखविले असतात. अंकांनीं दाखविलेल्या गोष्टींचीं स्थानें, आकार आणि परिमाणें यांचें चित्र आकृतीशिवाय वाचकांच्या डोळ्यापुढें उभें रहात नाहीं. आणि या चित्राचा ठसा मनावर उमटल्याशिवाय गणिताचे निरनिराळे प्रकार, त्यांची अवश्यकता, धनर्णत्व, परमाल्पता, परमाधिक्य, इत्यादि औपपत्तिक गोष्टींविषयीं निःसंशय ज्ञान होत नाहीं. म्हणून बुधाचें उदाहरण घेऊन त्याचें चित्र काढून दाखवितों.

(आकृति २ री पहा.) मागें नीचोपत्तिकथनांत पान (९६) येथें बुधकक्षेचे नीचोच्चादि अवयव अक्षरांनीं दाखविले आहेत. येथें तेच अंकांनीं दाखविले आहेत. प्रथम CS = ·२०५६ इतकी केंद्रच्युति घेऊन AMBR हें दीर्घवर्तुल काढलें. नंतर CS रेघ दोहोंकडे वाढवून A, B हीं नीचोच्च स्थानें ठरविलीं. नीचभोग ५३° आहे म्हणून ASR हा कोन ५३° चा करून SR ही सूर्यावरून दिसणारी **रेवती** नक्षत्राची दिशा ठरविली. म्हणून R हा बिंदु बुधकक्षेवरील भोग मोजण्याचें आरंभस्थान झालें. बुधकक्षेचा उत्तरसंपात २५ अंशावर आहे. म्हणून $\angle RSN = 25^\circ$ करून N हें उत्तरसंपातस्थान ठरविलें. त्याचप्रमाणें $\angle RSA + \angle ASQ = 184^\circ$ कोन करून मध्यम बुधस्थान Q, आणि मंदफल धन आहे म्हणून $\angle QSP = 15^\circ$ कोन करून रविमध्यबुधाचें स्थान P, हीं ठरविलीं.

दीर्घवर्तुल काढतेवेळीं आम्हीं CA = १ आणि CS = ·२०५६ अशीं मानें घेतलीं आहेत. म्हणून CA = ·३८७१ मानिलें तर, आणि आकृति बिनचूक

काढिली असेल तर SA = ·३०७५, SP = ·४४६५ आणि SB = ·४६६७ हीं मंदकर्णांचीं मापें असलींच पाहिजेत. ∠ACM = ९०° आहे म्हणून दीर्घवर्तुल-धर्मान्वयें SM = ·३८७१ = मध्यममंदकर्ण आहे.

NSV ही संपातरेषा कागदाच्या पातळींत आहे. NLV हा कक्षेचा भाग कागदापासून वर आहे आणि VBN हा भाग कागदाच्या खालीं आहे असें समजावें.

बुधाचा उत्तर संपात २५ अंशावर दाखविला आहे. येथें बुध आला म्हणजे तो क्रांतिवृत्तांत असतो म्हणून त्याचा शर शून्य असतो. येथून पुढें त्याचा भोग ११५ अंश होईपर्यंत त्याचा उत्तरशर वाढत जातो आणि L या स्थानीं उत्तरशर परम (Maximum) म्हणजे ७ अंश होतो. येथून त्याचा उत्तरशर कमी कमी होत जातो. आणि तो २०५ अंशावर आला म्हणजे क्रांतिवृत्तावरील दक्षिण संपातांत येतो. म्हणून येथें त्याचा शर दुसऱ्यानें शून्य होतो. येथून पुढें दक्षिण शरास प्रारंभ होतो. आणि तो ११५ अंशाच्या समोर, म्हणजे २९५ अंशावर आला म्हणजे त्याचा दक्षिण शर परम म्हणजे ७ अंश होतो. येथून N येथें येईपर्यंत त्याचा दक्षिण शर कमी होत जाऊन तो N येथें आला म्हणजे पुनः शून्य होतो. याप्रमाणें पुनः पुनः होत असतें.

रविमध्यशर.

(आकृति ३ री.) दोन समानव्यासांचीं तारेचीं वतुळ करून त्यांच्या पातळ्यांमध्यें इष्ट विक्षेपकोन होईल अशारीतीनें तीं परस्परांशीं बांधावीं, म्हणजे समोरासमोर दोन संपात उत्पन्न होतील. या दोन संपातबिंदूंस सांधून एक बारीक सळई बांधावी आणि तिला संपातरेषा म्हणावें. नंतर सळईचीं दोनही टोकें आपणांस एके ठिकाणीं दिसतील अशी ती सळई धरावी. म्हणजे सळईचा रोंख आपल्या एका डोळ्याकडे करावा. म्हणजे तीं दोन वृत्तें आकृति ३ येथें दाखविल्याप्रमाणें रेषाकार दिसतील. आणि दोनही संपात N बिंदूंत येतील.

या स्थितींत ANB रेषेस क्रांतिवृत्त म्हणावें आणि C_3ND_3 रेषेस कक्षावृत्त म्हणावें. आणि N यास उत्तरसंपात म्हणावें.

या स्थितींत खरोखर वर्तुलाकार कक्षामार्गानें फिरणारा ग्रह C_3ND_3 या रेषेंत C_3 पासून D_3 पर्यंत N बिंदूच्या पुढें व मागें लंबकाप्रमाणें हेलकावत आहे असें दिसेल. अर्थात् $ND_3 = NC_3 = 1$ मानिलें तर ND_1, ND_2, ND_3, NC_1, NC_2, NC_3, या रेषा त्या त्या स्थानच्या पातोनग्रहाच्या भुजज्या आहेत. आणि त्या त्या स्थानापासून D_1E_1, D_2E_2, इत्यादि रेषा ANB रेषेवर लंब

काढिल्या असल्यामुळें त्या, त्या त्या स्थानच्या शरज्या आहेत. सर्व त्रिकोण सरूप (Similar) आहेत. आणि D_3NE_3 हा कोन सर्व त्रिकोणास साधारण असून तो परमशर म्हणजे विक्षेपायेवढा आहे.

सरूपत्रिकोणाच्या धर्माप्रमाणें खालील प्रमाणयुगुलें उत्पन्न होतातं.

	ND_3	:	D_3E_3	: :	ND_1	:	D_1E_1,
म्हणजे	त्रिज्या	:	विक्षेपज्या	: :	पातोनग्रहज्या[1]	:	शरज्या,
	१	:	विक्षेपज्या	: :	पातोनग्रहज्या	:	शरज्या,

म्हणून विक्षेपज्या × पातोनग्रहज्या = शरज्या.

हें रविमध्यग्रहाचा शर आणण्याचें समीकरण सिद्ध झालें. पान ७८ वरील ९ व्या कोष्टकाचे ध्रुवांक पहा. ग्रहांच्या परस्परांकर्षणामुळें त्यांचे विक्षेप हळूं हळूं कमी किंवा जास्ती होत असतात. म्हणून शेकडों वर्षांचे पुढील किंवा मागील ग्रहशर आणितांना त्यांच्या तात्कालिक विक्षेपाचें मान समजावें लागतें. हा शतवार्षिक फरक ध्रुवांकांत + ६″·३ t इत्यादि अंकांनीं दर्शविला आहे.

उदाहरणः—पातोनबुध ३० अंश आहे तर त्याचा शर केवढा असेल ? बुधविक्षेप ४२०′·२, याची ज्या ·१२१८७ आणि ३० अंशांची ज्या ·५०००० यांचा गुणाकार ·०६०९३५ ही शरज्या झाली. याचा कंस २०९′·६ हा शर झाला. इतर ग्रहांचे विक्षेप अल्प आहेत, म्हणून विक्षेपज्येबद्दल विक्षेपचाप (कंस) घेतला तरी चालतें.

२३ व्या कोष्टकांतील सायन सूर्यावरून त्याची क्रांति आणण्याच्या रीतीची उपपत्ति पूर्णपणें अशीच आहे. तेथें सायन सूर्य म्हणजे क्रांतिपातोनसूर्य समजावा. म्हणूनः—

परमक्रांतिज्या × सायनसूर्यज्या = सूर्यक्रांतिज्या.

परिणति.

शरगणिताची उपपत्ति समजून घेण्यासाठीं जी सामुग्री तयार केली आहे ती घेऊन सळई आपल्या डोळ्यासमोर आडवी धरावी. अशी कीं, त्यापैकीं एका वर्तुळाची पातळी आपल्या दृष्टिरेषेवर लंब होईल. ज्या वर्तुळाची पातळी दृष्टिरेषेवर लंब आहे ते वर्तुळ वर्तुलाकार दिसेल पण दुसरें वर्तुळ दीर्घवर्तुलाकार दिसेल. त्यांपैकीं पूर्ण वर्तुलास क्रांतिवृत्त म्हणावें आणि दीर्घवर्तुलास ग्रहकक्षा म्हणावें.

(आकृति ४ थी.) ABCD हें क्रांतिवृत्त आहे. APOC ही दीर्घवर्तुलाकार ग्रहकक्षा म्हणजे विक्षेपवृत्त आहे. AC ही संपातरेषा, P हें विक्षेपवृत्तावरील ग्रहाचें स्थान, आणि DAO हा गोलीय विक्षेपकोन आहे, असें समजावें.

(१) पुढील विवरणांत लाघवासाठीं भुजज्या शब्दाबद्दल ज्या हा शब्द वापरला आहे.

AC व्यासावर लंब अशी E मध्यांतून EOD त्रिज्या काढ. P बिंदूतून EOD रेषेशीं समांतर अशी KPG रेषा काढ. EP सांधून EPQL ही रेषा काढ. आणि G बिंदूतून EL रेषेवर GQ लंब कर.

प्रक्षेपविधीच्या (Projection) धर्माप्रमाणें पहातां DAO हा विक्षेपकोन शून्य असता तर APOC दीर्घवर्तुलार्ध AGDC वर्तुलार्धाशीं एकरूप झालें असतें. आणि P बिंदु G बिंदूवर पडला असता. म्हणजे G हें त्याचें क्रांतिवृत्तावरचें स्थान झालें असतें. आणि AP कंस AG कंसायेवढा झाला असता.

पण विक्षेपामुळें G हें स्थान P पर्यंत AC व्यासाकडे मागें हटलें. आतां E आणि P बिंदूतून जाणारी अशी एक पातळी ADC या क्रांतिवृत्ताच्या पातळीवर लंब (Perpendicular) केली तर, म्हणजे EPL रेषा काढली तर P बिंदूचें (ग्रहाचें) L हें क्रांतिवृत्ताच्या परिघावर परिणत केलेलें (Reduced) स्थान होईल. P ग्रह क्रांतिवृत्तांत फिरता तर तो G स्थानीं दिसला असता. पण तो आपल्या विक्षेपवृत्तांत फिरत असल्यामुळें L हें त्याचें क्रांतिवृत्तावर परिणत झालेलें स्थान आहे. LP ही तेथील शराची उत्क्रमज्या (LE = १ मानून) आहे.

सारांश ALG हा कंस आणि GAP हा गोलीयकोन, हे दिले तर त्यावरून GL हा कंस किंवा GQ ही त्याची भुजज्या ठरविणें हा या प्रकरणाचा मुख्य विषय आहे. ALG कंस A संपातापासून मोजलेला विक्षेपवृत्तावरील ग्रहाचा भोग आहे. आणि AL कंस त्याच ग्रहाचा क्रांतिवृत्तावर परिणत केलेला भोग आहे. या दोहोंचें अंतर जो LG कंस त्यालाच **परिणति** संस्कार म्हणतात.

दीर्घवर्तुलाच्या धर्माप्रमाणें:—

$$ED : OD :: KG : PG = \frac{OD \cdot KG}{ED} \ldots (१)$$

PEK आणि PGQ हे सरूप त्रिकोण आहेत म्हणून:—

$$PE : EK :: PG : GQ = \frac{EK \cdot PG}{PE} \ldots (२)$$

समीकरण (२) यांत समीकरण (१) यांतील PG ची किंमत मांडली तर समीकरण (३) उत्पन्न होतें.

$$GQ = \frac{EK \cdot OD \cdot KG}{ED \cdot PE} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (३)$$

यांत GQ = परिणतिज्या.
EK = पातोनग्रहकोटिज्या.
OD = विक्षेपोत्क्रमज्या = (१ − कोटिज्या)

KG = पातोनग्रहज्या.
ED = त्रिज्या = १.
PE = शरकोटिज्या = १ सुमारें. विक्षेप अल्प असतात म्हणून.

आणि त्रिकोणमितीप्रमाणें एकाच कंसाची भुजज्या आणि कोटिज्या यांचा गुणाकार त्या कंसाच्या दुप्पटकंसाच्या भुजज्येच्या अर्धपट असतो.[1]

या किंमती समीकरण (३) यांत ठेविल्या तर परिणतिज्येचें समीकरण सिद्ध होतें. जसें:—

परिणतिज्या = पातोनग्रहकोटिज्या × विक्षेपोत्क्रमज्या × पातोनग्रहज्या.
= $\frac{1}{2}$ विक्षेपोत्क्रमज्या × २ पातोनग्रहज्या.

आकृति ४ थी वरून स्पष्ट दिसतें कीं, प्रथम व तृतीय पदीं पातोनग्रह असतां हा परिणतिसंस्कार ऋण असतो. इतरपदीं असतां धन असतो. म्हणून,

परिणतिज्या = − $\frac{1}{2}$ विक्षेपोत्क्रमज्या × द्विगुणपातोनग्रहज्या.

उदाहरणः— बुधाचा विक्षेप ७ अंश, याची कोटिज्या ·९९२५५, उत्क्रमज्या १ − ·९९२५५ = ·००७४५, याचा कंस २५·४ कला, याचें अर्ध १२′·७; म्हणून बुधकक्षापरिणति = − १२′·७ sin 2 z. याप्रमाणें इतर ग्रहांचीं परिणतिसूत्रें आणिलीं आहेत. (पान ७८ पहा.)

टीपः–वरील सूत्रावरून दिसतें कीं, A आणि C या दोन संपात स्थानीं आणि O आणि त्याच्या समोरच्या परमशरस्थानीं द्विगुणपातोनग्रहज्या शून्य असते. म्हणून या ४ जागीं हा संस्कार ० असतो.

ग्रहांचें सूर्याभोंवतीं फिरणें.

(Kepler's Problem.)

या प्रकरणाला केप्लरचा प्रश्न म्हणतात. परमाणुगणितांतील लाग्रॉंजच्या सिद्धांताचें साहाय्य घेतल्याशिवाय मंदफलाची सूक्ष्मश्रेणी (ज्यो. ग. पान २१७

---

(१) च्यापयोरिष्टयोर्दोर्ज्ये मिथः कोटिज्यका हते ।
त्रिज्याभक्ते तयोरैक्यं स्याच्चापैक्यस्य दोर्ज्यका ॥
चापांतरस्य जीवा स्यात् तयोरंतर संमिता ।
— भास्कराचार्य.

याच अर्थाचा त्रिकोणमितींतील फार्म्युला खालीं देतों.

$\sin (A+B) = \sin A . \cos B + \cos A . \sin B.$

यांत $A = B$ असेल तर,

$\sin 2 A = \sin A . \cos A + \cos A \sin A,$
$= 2 \sin A \cos A.$

म्हणून $\frac{1}{2} \sin 2 A = \sin A . \cos A.$

पहा.) उत्पन्न करितां येत नाहीं. पण या सिद्धांतापर्यंत ज्यांची मजल पोंचली आहे असे वाचक फारच कमी. म्हणून भूमिति, शंकुच्छिन्न आणि त्रिकोणमिति या तीन आधारांवरच आम्हीं पुढील उपपत्ति रचली आहे.

गणितशास्त्रकोविद् गणितसौकर्यासाठीं स्वल्पांतराची[१] उपेक्षा करीत असतात. म्हणजेः—

(१) कोन अल्प असेल तर त्याचा कंस, भुजज्या आणि स्पर्शरेषा यांचा अभेद मानणें म्हणजे हीं तीनही मानें समान समजणें.

(२) लहान कोनाची कोटिज्या त्रिज्यासमान म्हणजे एक मानणें आणि,

(३) द्विपदसिद्धांताप्रमाणें श्रेढी उत्पन्न करून तिचीं पहिलीं दोनच पदें जमेस धरून बाकीच्या पदांची उपेक्षा करणें.

या गोष्टी त्यांस संमत असतात, म्हणून पुढील उपपादनांत आम्हींही हेच उपाय योजिले आहेत.

व्याख्या–दीर्घवर्तुलाच्या मोठ्या व्यासावर काढलेल्या वर्तुळास सहकारी वर्तुल (Auxiliary Circle) म्हणतात.

(आकृति ५ वी पहा.) येथें AB व्यासावर ALQB ही एक दीर्घवर्तुलाकार ग्रहकक्षा आहे. आणि AOPBW हें त्याच व्यासावर एक सहकारीवर्तुल आहे. C हा त्याचा मध्यबिंदु आहे. S,H हे फोकस आहेत आणि A,B हे अनुक्रमें नीच आणि उच्च बिंदु आहेत.

असें समजा कीं O हा कल्पित मध्यमग्रह C मध्याभोंवतीं CO त्रिज्येनें सारख्या वेळेंत सारखीं क्षेत्रें करीत (कापीत) सहकारी वर्तुलांत फिरतो. P हा दुसरा कल्पित ग्रह S या बिंदूभोंवतीं SP रेषेनें सारख्या वेळेंत सारखीं क्षेत्रें कापीत सहकारी वर्तुलांतच फिरतो. आणि Q हा तिसरा खरा ग्रह S या सूर्याभोंवतीं SQ रेषेनें केप्लरच्या नियमाप्रमाणें सारख्या वेळेंत सारखीं क्षेत्रें कापीत ALQB या दीर्घवर्तुलाकार कक्षेंत फिरतो. या तीनही ग्रहांचे प्रदक्षिणाकाल समान आहेत.

A, B हे बिंदु सहकारीवर्तुलास आणि दीर्घवर्तुलास साधारण आहेत: आणि AB रेषेनें त्यांचे दोन समान भाग होतात. CK, MP रेषा AB वर लंब आहेत.

---

(१)

$$\left.\begin{array}{l} \sin\ a = a - \frac{a^3}{6}\cdots\cdots \\ \cos\ a = 1 - \frac{a^2}{2}\cdots\cdots \\ \tan\ a = a + \frac{a^3}{3}\cdots\cdots \\ (1+a)^n = (1+na) \end{array}\right\}$$

या सूत्रांत a बराच लहान कंस किंवा अपूर्णांक असेल तर त्याचे वर्ग, घन आदिकरून घात तितक्याच प्रमाणानें लहान होत जातात म्हणून ते उपेक्षणीय होतात. जसें जर $a =$ ·०१ तर, $a^2 =$ ·०००१, $a^3 =$ ·०००००१.

असें समजूं कीं, हे तीनही ग्रह शर्यतीच्या घोड्यांप्रमाणें A या नीचबिंदूपासून एकाच क्षणीं निघाले. नंतर कांहीं कालावधींत (समजा १०० दिवसांत) P ग्रह S भोंवतीं ASP क्षेत्र कापून P स्थानीं आला. तर O ग्रह त्याच अवधींत P स्थानीं येणार (येऊं शकणार) नाहीं. येईल तर तो C मध्याभोंवतीं ACP क्षेत्र चालला असें होईल. पण ACP क्षेत्र, ASP क्षेत्रापेक्षां, PCS त्रिकोणाच्या क्षेत्रानें मोठें आहे. म्हणून O यानें आपला समान क्षेत्र चालण्याचा नियम पाळण्यासाठीं P च्या मागें O या स्थानीं असलें पाहिजे, असें कीं, ACO क्षेत्र, ASP क्षेत्राशीं समान होईल. यास्तव ACO क्षेत्र, ASP क्षेत्राबरोबर आहे असें मानून ACP आणि ACO या कोनांचा संबंध आपण काढूं.

लाघवासाठीं केलेल्या पुढील संज्ञा ध्यानांत ठेवाव्या.

$\angle ACO$	= मध्यमकेंद्र[1]	= nt	= Mean Anomaly.
$\angle ACP$	= च्युतकेंद्र	= u	= Excentric Anomaly
$\angle PCQ$	= परिणाति	= β	= Reduction.
$\angle ASQ$	= स्पष्टकेंद्र	= θ	= True Anomaly.
CS/CP	= केंद्रच्युति	= e	= Excentricity.
AC	= मध्यमांतर	= a	= Mean Distance.
QS	= मंदकर्ण	= r	= Radius Vector.
$\angle CQS$	= मध्यगतकोन	= y	= Intermediate Angle.

ACP क्षेत्रांतून PCO सेक्टराचें क्षेत्र वजा केलें म्हणजे ACO क्षेत्र बाकी रहातें. आणि ACP क्षेत्रांतून PCS हें त्रिकोणक्षेत्र वजा केलें म्हणजे ASP क्षेत्र रहातें. यावरून असें म्हणतां येईल कीं, मध्यमकेंद्र आणि स्पष्टकेंद्र यांचा साक्षात् संबंध नाहीं, पण मध्यस्थ जें च्युतकेंद्र त्याच्या द्वारें परंपरेचा संबंध आहे. म्हणून प्रथम nt आणि u, आणि नंतर u आणि θ यांचे संबंध आणून त्या दोन संबंधांच्या मिलाफापासून nt आणि θ यांचा संबंध उत्पन्न केला पाहिजे. या संबंधैक्यालाच **मंदफल** म्हणतात.

प्रथम nt आणि u यांचा संबंध काढणें:-

ACO क्षेत्र = ASP क्षेत्र. (प्रतिज्ञा.)

ACP क्षेत्र − ACO क्षेत्र = ACP क्षेत्र − ASP क्षेत्र†

(१) मध्यमगणितांत ($nt + E$) याला मध्यमभोग म्हटलें आहे. ग्रह आपल्या नीचावर असतेवेळीं गणितारंभ मानिला तर ($nt + E - E$) $= nt$ हें मध्यमकेंद्र होतें. म्हणून लाघवासाठीं आम्हीं तसें मानिलें आहे.

(†) समानां योगे वियोगे समतैव । भास्करीय बीजगणित.
(Euclid's Elements. Axioms 2 and 3.)

म्हणून $\quad$ PCO सेक्टरचें क्षेत्र = PCS त्रिकोण क्षेत्र.

पण $\quad$ PCO सेक्टरचें क्षेत्र $= \frac{1}{2}$ PC. PO कंस.

$= \frac{1}{2} PC.\ PC \angle PCO.$*

$= \frac{1}{2} PC^2.\ \angle PCO.$

आणि $\quad$ PCS त्रिकोण क्षेत्र $= \frac{1}{2}$ PC. SE; (PCE वर SE लंब आहे).

$= \frac{1}{2}$ PC. CS sin ACP.

म्हणून $\quad \frac{1}{2} PC^2 \angle PCO = \frac{1}{2} PC.\ CS \sin ACP.$

$\angle PCO = (CS/CP) \sin ACP.$

$\angle PCO = e \sin u.$

पुन्हां $\quad \angle ACO = \angle ACP - \angle PCO.$

म्हणजे $\quad nt = u - e \sin u. \quad$ ....(१)

अथवा $\quad u = nt + e \sin u.$

याप्रमाणें P च्या संबंधानें O चें स्थान ठरलें. आतां P च्या संबंधानें Q चं स्थान ठरविलें पाहिजे.

प्रतिज्ञेप्रमाणें (Hypothesis) P आणि Q ग्रहांचे प्रदक्षिणाकाल समान असून कक्षाक्षेत्रें असमान असल्यामुळें ते जर A पासून एकाच क्षणीं निघाले तर कोणत्याही समान अवधींत त्यांनीं S भोंवतीं आक्रमलेल्या क्षेत्रांचें गुणोत्तर त्यांच्या कक्षावृत्तांच्या क्षेत्रांच्या गुणोत्तराबरोबर असलें पाहिजे. म्हणजेः–

2 AKB क्षेत्र : 2 ALB क्षेत्र : : ASP क्षेत्र : ASQ क्षेत्र.

असें प्रमाण असलें पाहिजे. पणः–

2 AKB क्षेत्र : 2 ALB क्षेत्र : : CK : CL (शं. च्छि.)

म्हणून

ASP क्षेत्र : ASQ क्षेत्र : : CK : CL.

पण P बिंदूपासून ALB या दीर्घवर्तुलार्धाला Q बिंदूंत छेदणारी अशी एक PQM रेषा AB रेषेवर लंब काढली तर पुढील प्रमाण उत्पन्न होतें.

CK : CL : : MP : MQ $\qquad$ (शं. च्छि.)

म्हणून

ASP क्षेत्र : ASQ क्षेत्र : : MP : MQ.

असें प्रमाण असलें पाहिजे. व हें प्रमाण ASP व ASQ या क्षेत्रामध्यें आहे ही गोष्ट खालीं सिद्ध करून दाखवितों.

---

* $\angle$PCO म्हणजे PCO कोनासमोरील कंसाचें चापीयमान. (Circular Measure). =रूपात्रिज्यामान.

AKPM क्षेत्र : ALQM क्षेत्र : : MP : MQ (शं. च्छि.)
SPM त्रिकोण : SQM त्रिकोण : : MP : MQ (त्रि. मि.)
(AKPM − SPM) : (ALQM − SQM) : : MP : MQ.
म्हणजे ASP क्षेत्र : ASQ क्षेत्र : : MP : MQ हें सिद्ध.

यावरून अशी एक गोष्ट सिद्ध झाली कीं, जर P आणि Q ग्रह A पासून एकाच क्षणीं निघाले तर Q ग्रह नेहमीं PM या लंब रेषेंत असतो. म्हणजे P च्या संबंधानें Q चें स्थान निश्चित झालें. यावरून ACP कोन आणि ASQ कोन म्हणजे u आणि θ या कोनांचा संबंध ठरवितां येतो.

$\angle ASQ = \angle ACP + \angle PCQ + \angle CQS$ (युक्लीड पु. १, ३२.)
म्हणजे $\theta = u + \beta + y$. ... ... (२)

वरील समीकरणांतील β आणि y या दोन कोनांची किंमत कळली तर θ आणि u यांचा संबंध निघाला असें म्हणतां येईल. म्हणून प्रथम β या कोनाचें मान काढूं.

वाचकांच्या लक्षांत येऊन चुकलें असेल कीं, मागें सांगितलेला कक्षापरिणाति-संस्कार आणि हा β कोन यांची जात एकच आहे. भेद इतकाच कीं, परिणाति-संस्काराचा आरंभ कक्षापातापासून होतो. पण या संस्काराचा आरंभ A या नीचापासून होतो. म्हणून परिणति संस्काराच्या पुढील समीकरणांत

परिणतिज्या= − $\frac{1}{2}$ विक्षेपोत्क्रमज्या × द्विगुणपातोनग्रहज्या.

विक्षेपाबद्दल केंद्रच्युति, पातोनग्रहाबद्दल च्युतकेंद्र, व उत्क्रमज्येबद्दल (१−कोटिज्या) असा फेरफार केला तर या β कोनाचें समीकरण उत्पन्न होईल. जसें:−

$\beta = -\frac{1}{2}(1 - \cos e)\sin 2u$.

यांत $\frac{1}{2}(1 - \cos e)$ या पदाचा किंमत e रूपाची काढली म्हणजे हा संस्कार $nt = u - e \sin u$ या समीकरणास जोडतां येईल. यहांचें मंदफलार्ध किंवा e कोन हा नेहमीं लहान असतो. म्हणून $\sin e = e$ असें मानितां येतें.

$\therefore \quad (1 - \cos e)(1 + \cos e) = \sin^2 e = e^2$

म्हणजे $\quad (1 - \cos e) = \dfrac{e^2}{(1 + \cos e)} = \dfrac{e^2}{(1+1)} = \dfrac{e^2}{2}$.

म्हणून $\quad \beta = -\frac{1}{4} e^2 \sin 2u$. ... ... (३)

आतां y कोनाची किंमत काढूं:−

$$\sin y = \frac{SE'}{SQ};$$ (QSE′ रेषेवर SE′ लंब आहे म्हणून.)

$$SE' = CS \sin SCQ.$$
$$= CS \sin (u + \beta).$$

पण $\beta = -\frac{1}{4} e^2 \sin 2u.$

म्हणून $SE' = CS \sin (u - \frac{1}{4} e^2 \sin 2u).$

ग्रहमालेंत e कोन लहान असतो. म्हणून $\frac{1}{4}e^2$ हा कोन तर फारच लहान म्हणून उपेक्षणीय होतो[1]. म्हणून असें म्हणण्यास प्रत्यवाय नाहीं कीं,

$SE' = CS \sin u$; आणि

$$\sin y = \frac{SE'}{SQ} = \frac{CS \sin u}{SQ}.$$

या अपूर्णांकाच्या अंशच्छेदास AC नें भागिलें तर त्यांची किंमत बदलत नाहीं. फक्त रूपांतर मात्र होतें.

म्हणून

$$\sin y = \frac{\frac{CS}{AC} \sin u}{SQ/AC} = \frac{e \sin u}{SQ/AC}$$

वरील समीकरणांत SQ/AC या अपूर्णांकाची किंमत u रूपात्मक (in terms of u) काढून ती छेदस्थानीं मांडली म्हणजे $\sin y$ ची किंमत पूर्णपणें u रूपात्मक सिद्ध होईल. SQ म्हणजे मंदकर्ण.

उद्देशक–ग्रहाचें च्युतकेंद्र (u) दिलें असतां त्यापासून त्याचा मंदकर्ण (SQ) काढावयाचा.

(आकृति ६) येथें AOB सहकारी वर्तुळ आहे. AQB दीर्घवर्तुळार्ध आहे. S या नाभ फोकसांत सूर्य आहे. Q हा ग्रह आहे. म्हणून SQ हा मंदकर्ण झाला. SQ = r समजा.

Q बिंदूपासून AB व्यासावर QM लंब टाक. आणि तो सहकारी वर्तुळाम O बिंदूंत मिळेपर्यंत वर वाढीव. ACO कोन = च्युतकेंद्र = u समजा; AC = CO = व्यासार्ध = a; CS/AC = केंद्रच्युति = e.

---

(१) पान ७८ कोष्टक ७ यांत Sin $2g$. उपकरणाच्या ज्या गुणककला (coefficient) आहेत त्या $\frac{5}{4}$ e^2 च्या किंमती आहेत. त्यांस ५ नीं भागिलें म्हणजे $\frac{1}{4}e^2$ ची किंमत येते. सदर कलांचा पंचमांश बुध ग्रह सोडून इतर ग्रहांच्या संबंधानें उपेक्षणीय म्हणण्यास हरकत नाहीं. बधाच्या कला १७८·९, यांचा पंचमांश ३६ कला या मात्र उपेक्षणीय नाहींत. तथापि उपकरणांतील थोड्याशा कसरीचा परिणाम संस्कारावर फारसा होत नाहीं.

आतां ACO कोनावरून SQ काढणें:-

$OM = OC \sin OCM = a \sin u.$

$QM = \sqrt{1-e^2}. OM = \sqrt{1-e^2}. a \sin u.$

$MS = CS - CM = ae - a \cos u.$

$SQ^2 = QM^2 + MS^2.$

$= (1-e^2) a^2 \sin^2 u + a^2e^2 + a^2 \cos^2 u - 2a^2e \cos u.$

$= a^2 \sin^2 u - a^2e^2 \sin^2 u + a^2e^2$

$+ a^2 \cos^2 u - 2 a^2e \cos u.$

पण $a^2 \sin^2 u + a^2 \cos^2 u = a^2.$

आणि $a^2e^2 = a^2e^2 \sin^2 u = a^2e^2 (1-\sin^2 u) = a^2e^2 \cos^2 u.$

म्हणून $SQ^2 = a^2 + a^2e^2 \cos^2 u - 2 a^2e \cos^2 u.$

$SQ = a - ae \cos u.$

$r = a (1 - e \cos u).$

$\frac{r}{a} = (1 - e \cos u).$

वर असें सिद्ध केलें आहे कीं, $\sin y = \frac{e \sin u}{SQ/AC}$

यांत $SQ/AC = r/a = (1 - e \cos u).$

म्हणून $\sin y = e \sin u/(1 - e \cos u).$

$= e \sin u (1 - e \cos u)^{-1}$

$= e \sin u (1 + e \cos u).$

$= e \sin u + e^2 \sin u \cos u,$

अथवा $y = e \sin u + \frac{1}{2} e^2 \sin 2 u.$ ... ... (४)

याप्रमाणें β आणि y या कोनांचीं मानें समीकरणें (४) व (३) यांत सिद्ध केलेलीं, समीकरण (२) यांत मांडिलीं तर θ आणि u यांचा संबंध दाखविणारें समीकरण सिद्ध होतें. जसें—

$\theta = u + e \sin u + \frac{1}{2} e^2 \sin 2 u.$

$- \frac{1}{4} e^2 \sin 2 u.$

$= u + e \sin u + \frac{1}{4} e^2 \sin 2 u.$

परंतु $nt = u - e \sin u.$

म्हणून

$\theta - nt = 2 e \sin u + \frac{1}{4} e^2 \sin 2 u.$ ... ... (५)

याप्रमाणें θ आणि nt यांचा संबंध निघाला. पण तो nt रूपात्मक नाहीं. u रूपात्मक आहे. आपणांस मंदफलाचें व मंदकर्णाचें गणित nt (मंदकेंद्र) या उपकरणानें करावयाचें असतें. म्हणून (५) समीकरणांतील u ना nt चें रूप दिलें पाहिजे.

हें काम $u = nt + e \sin u$ या समीकरणाच्या साहाय्यानें लाग्रांजच्या सिद्धांतानुसारें करितां येतें. आमच्या ज्योतिर्गणितांत मंदफलें व मंदकर्ण यांच्या ज्या मूळाधार सरण्या दिल्या आहेत त्या या लाग्रांज सिद्धांतानुसारें सिद्ध केलेल्या आहेत. पण हेंच काम स्वल्पांतराचा अंगीकार केल्यास (थोडी कसर गेली तरी चिंता नाहीं असें मानल्यास) थोड्याशा श्रमानें करितां येतें. या प्रकाराला असकृत्कर्म किंवा साम्यपरंपरापद्धति (Successive Approximation) म्हणतात.

जसें:—

$$u = nt + e \sin u \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots (६)$$

यांत $e \sin u$ या पदाची किंमत फार झाली तर e होते. आणि e हा कोन इतका लहान आहे कीं, u किंवा nt यांच्याशीं लाऊन पाहिला तर तो उपेक्षणीय ठरतो. म्हणून $u = nt$ हें प्रथम स्थूल साम्य झालें. ही किंमत समीकरण (६) यांत मांडली तर $u = nt + e \sin nt$. हें द्वितीय म्हणजे पहिल्यापेक्षां जास्त सूक्ष्म साम्य झालें.

समीकरण (५) याच्या उजव्या बाजूच्या पहिल्या पदांत दुसरें साम्य आणि दुसऱ्या पदांत पहिलें साम्य मांडलें तर nt रूपात्मक पुढें लिहिलेलें समीकरण सिद्ध होतें.

$$\begin{aligned}
\theta - nt &= 2\, e \sin (nt + e \sin nt) + \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2\, nt. \\
&= 2\, e \sin (nt + ent) \quad + \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2\, nt. \\
&= 2\, e \,\{ (\sin nt \cdot \cos ent) + (\cos nt \cdot \sin ent) \} \\
&\qquad + \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2\, nt. \\
&= 2\, e \,\{ (\sin nt \times 1) \quad + (\tfrac{1}{2} e \sin 2\, nt.) \} \\
&\qquad + \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2\, nt. \\
&= 2\, e \sin nt + e^2 \sin 2\, nt + \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2\, nt. \\
&= 2\, e \sin nt + \tfrac{5}{4} e^2 \sin 2\, nt.
\end{aligned}$$

पण $\theta - nt =$ मंदफल म्हणून:—

$$\text{मंदफल} = 2\, e \sin nt + \tfrac{3}{4} e^2 \sin 2\, nt. \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots (७)$$

आतां उदाहरणार्थ ७८ पानावरील ७ व्या कोष्टकांतील सूर्याच्या मंदफलाचें सूत्र उत्पन्न करून दाखवितों. भूकक्षेची केंद्रच्युति (अवांतर माहिती पाहा.) e = .०१६७५ आहे म्हणून e^2 = .०००२८१. त्रिज्यातुल्यकंसांत २०६२६५ विकला असतात. म्हणून e = (.०१६७५ × २०६२६५″) = ३४५१ वि. $2e$ = ६९१० विकला = ११५.२ कला.

$\frac{5}{4} e^2$ = (.०००२८१ × २०६२६५″ × १.२५ ÷ ६०) = १.२५ क.

या किंमती वरील समीकरणांत ठेविल्या तर—

रविमंदफल = ११५′.२ रविकेंद्रज्या = $115'.2 \sin g.$
+ १.२ द्विगुणरविकेंद्रज्या. + $1.2 \sin 2g.$

मंदकर्ण.

पूर्वी रूपमित त्रिज्या कल्पून $r/a = (1 - e\cos u)$ हें मंदकर्णाचें समीकरण उत्पन्न केलें आहेच. यांतील u ला $u = nt + e\sin nt$ या समीकरणाच्या मदतीनें वर दाखविलेल्या साम्यपरंपरापद्धतीनें nt चें रूप देऊन मंदकर्ण आणि मंदकेंद्र यांचा संबंध दाखविणारें समीकरण सिद्ध करून दाखवितों.

$\frac{r}{a} = 1 - e\cos u$ यांत u ची वरील किंमत मांड.

$= 1 - e\cos(nt + e\sin nt)$.*

$= 1 - e\cos nt + e^2\sin^2 nt$. यांत

$\sin^2 nt = \frac{1}{2}(1 - \cos 2nt)$; †

(*) याचें निष्काशन त्रिकोणमितिसूत्राप्रमाणें असें आहे—

$\cos(A + B) = \cos A . \cos B - \sin A . \sin B$

$\therefore e\cos(nt + ent) =$

$e\left\{(\cos nt . \cos ent) - (\sin nt . \sin ent)\right\}$

यांत e हा लहान अपूर्णांक आहे म्हणून ent हा कोनही लहान आहे. म्हणून या लहान कोनाची कोटिज्या १ मानिता येईल. म्हणून,

$e\cos(nt + ent) = e\cos nt - e^2\sin^2 nt.$

(†) $\cos(A + B) = \cos A . \cos B - \sin A . \sin B$

$A = B$ असेल तर

$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$= (1 - \sin^2 A - \sin^2 A)$

$= (1 - 2\sin^2 A)$

$\therefore 2\sin^2 A = 1 - \cos 2A$

$\sin^2 A = \frac{1}{2}(1 - \cos 2A)$

$$\therefore \frac{r}{a} = 1 - e \cos nt + \frac{e^2}{2} (1 - \cos 2 nt.)$$

$$r = a \left\{ \left(1 + \frac{e^2}{2} \right) - e \cos nt - \frac{e^2}{2} \cos 2 nt \right\}$$

उदाहरणार्थ, वरील मूलसूत्रावरून रविमंदकर्णसूत्र आणून दाखवितों. सूर्याचा मध्यम मंदकर्ण = a = १; e = ·०१६७५ आणि $\frac{e^2}{2}$ = ·०००१४ या किंमती-वरील मूलसूत्रांत मांडल्या तर पुढील रविमंदकर्णसूत्र तयार होतें.

रविमंदकर्ण = १·०००१४ – ·०१६७५ केंद्र कोज्या
– ·०००१४ द्वि. कें. कोज्या.

कक्षाकेंद्रच्युति अल्प असेल तर उच्चाजवळच्या फोकसांत (Upper Focus) बसून ग्रहाकडे पहाणाऱ्यांस ग्रह सार्वकाल मध्यमगतीनें फिरत आहे असें दिसेल असें सिद्ध करावयाचें. (आकृति ५ वी पहा.) पान ११ वरील टीपेची सिद्धता.

P पासून CO रेषेस समांतर अशी PHK रेषा काढ आणि तिजवर CK लंब कर. PK रेघ AB रेषेस H बिंदूंत छेदिते. PM रेघ OC वर लंब आहे.

आतां CS = CH असें सिद्ध करावयाचें.
ES = PO = PM = CK
आणि CS = ES. cosec u. कारण ∠CSE u ची कोटि आहे.
CH = CK. cosec nt. कारण ∠CHK nt ची कोटि आहे.

पण केंद्रच्युति अल्प असतेवेळीं ES = CK, आणि $u = nt$. म्हणून केंद्रच्युति अल्प असेल तर CS = CH असें म्हणण्यास हरकत नाहीं. आणि CS = CH असेल तर H हा उच्चनाभि होतो.

OC, PH या समांतर रेषा आहेत. आणि AB रेघ त्यांस छेदिते. म्हणून ACO कोन AHP कोनाएवढा आहे. ACO कोन मध्यम केंद्र आहे म्हणून AHP हा कोनही मध्यमकेंद्रसमान आहे.

म्हणून कक्षाकेंद्रच्युति लहान असेल तर इत्यादि.

भूमध्यगणित.

आम्हीं इष्टक्षणीं सूर्यमध्यांत बसून बुधादि ग्रहांकडे पाहिलें तर ते रेवती नक्षत्रापासून किती अंशावर दिसतील आणि प्रत्येक ग्रहाचें सूर्यापासून सरळ रेषात्मक अंतर पृथ्वीच्या मध्यमांतराच्या मानानें मोजलें तर, तें किती भरेल ही माहिती रविमध्यगणितावरून कळते. पण आम्हीं इष्टवेळीं भूमध्यांत बसून ग्रहां-

कडे पाहिलें तर बुधादि ग्रह रेवती नक्षत्रापासून किती अंशावर दिसतील व भूमध्यापासून प्रत्येक ग्रहापर्यंत सरळरेषारूप अंतर पूर्वोक्त मानदंडानें मोजलें तर तें किती भरेल ही माहिती काढण्याच्या गणितास भूमध्यगणित म्हणतात असें पूर्वी सांगितलेंच आहे.

रविमध्यगणितांत द्रष्टा स्थिर असून दृश्यपदार्थाच्या स्थानांतरामुळें जो दिग्भेद व अंतरभेद उत्पन्न होतो तो काढण्याचा हेतु असतो. भूमध्यगणितांत दृश्यपदार्थ क्षणभर स्थिर कल्पून द्रष्ट्याच्या स्थानांतरामुळें दृश्यपदार्थाच्या दिशेमध्यें व सरळ अंतरामध्यें जो भेद उत्पन्न होतो तो काढण्याचा हेतु असतो. एकच पदार्थ निरनिराळ्या ठिकाणाहून पाहिला तर त्याच्या दिशेंत व अंतरांत भेद पडतो हा चमत्कार आगगाडीनें प्रवास करणाऱ्यांस नेहमीं दृष्टीस पडतो. जी टेकडी पूर्वी पूर्वेस दिसते ती कांहीं वेळानें पश्चिमेकडे दिसूं लागते.

अगदीं बसल्या ठिकाणीं हा चमत्कार पाहणें असेल तर पुढें सांगितल्याप्रमाणें कृति करून पाहावी. वाचकांनीं आपल्या नाकासमोर एक वीत अंतरावर आपली प्रदर्शिनी अंगुली उभी धरून पाळीपाळीनें एकेक डोळा मिटून तिजकडे पाहावें. म्हणजे समोरच्या भिंतीवर अंगुलीचें टोंक आडव्या दिशेंत हेलकावत आहे असा भास होईल. पदार्थानें स्वतः हेलकावणें आणि हेलकावत आहे असा भास होणें या दोन चमत्कारांत महदंतर आहे. सूर्यमध्यगणितांत आणि भूमध्यगणितांत जो भेद आहे तो हाच.

अंगुली जसजशी ललाटाकडे न्यावी तसतसें तिचें आंदोलन मोठें होत जातें. पण उलट ललाटापासून ती जसजशी मागें न्यावी तसतसें तिचें आंदोलन कमी कमी होत जातें. या धर्मामुळें दृश्य आंदोलन पदार्थांचीं अंतरें ठरविण्याचें एक मुख्य साधन झालें आहे. आपण पृथ्वीच्या पाठीवर बसून तिच्या मध्याभोंवतीं फिरत फिरत सूर्याभोंवतींही फिरत आहों. पहिल्या गतीमुळें आमचें दैनंदिन सरळ स्थानांतर भूव्यासाएवढें होत असतें. आणि दुसऱ्या गतीमुळें आमचें वार्षिक स्थानांतर भूकक्ष व्यासाइतकें म्हणजे सुमारें १८ कोटी मैल होतें. पहिल्या आंदोलनास लंबन म्हणतात आणि दुसऱ्यास शीघ्रफल (Annual Parallax) म्हणतात. बसल्या ठिकाणीं ग्रहांच्या शीघ्रफलाची प्रतीति पहातां येते. समजा कीं, आमच्या डोळ्यांतील बाहुल्यांमध्ये दोन इंच अंतर आहे. तर आमच्या डोळ्यापासून तीन इंच

(१) इतर नक्षत्रांप्रमाणें सूर्यही आपली ग्रहमाला बरोबर घेऊन मंदगतीनें आकाशांत गमन करीत आहे. पण त्याची दिशा अद्यापि पक्की ठरलेली नाहीं. न्युकंबच्या मताप्रमाणें या स्थानाचे (Apex) विषुवांश २७७५ आणि क्रांति + ३५ अंश आहेत.

अंतरावर एक चवली धरून आपला डावा डोळा सूर्य आणि उजवा डोळा पृथ्वी समजून क्रमानें एकेक डोळ्याची उघड झाक केली तर ती चवली सुमारे ४० अंश म्हणजे मंगळाच्या शीघ्रफलाइतकी हेलकावेल. कारण पृथ्वी व मंगळ यांचे मंदकर्ण १ : १·५ या प्रमाणांत आहेत. याचप्रमाणें ती चवली ललाटापासून १० व १९ इंच अंतरावर धरून प्रयोग केला तर गुरु आणि शनि यांच्या शीघ्रफलाची प्रतीति येईल.

सूर्य, पृथ्वी आणि एक ग्रह हे रबरासारख्या प्रसरणाकुंचनशील धाग्यानें बांधले गेले आहेत अशी कल्पना केली तर एक चल त्रिकोण उत्पन्न होतो. याच्या सहा अवयवांपैकीं तीन अवयव म्हणजे दोन बाजू आणि त्यांच्यामधील कोन रविमध्य गणितावरून समजतात. कारण सूर्यापासून पृथ्वीपर्यंत अंतर म्हणजे रविमंदकर्ण ही एक बाजू, आणि ग्रहमंदकर्ण ही दुसरी बाजू. या दोन भुजांमधील कोन (१८०°–शीघ्रकेंद्र) याच्या इतका असतो. यावरून बाकीचे तीन अवयव म्हणजे एक बाजू (शीघ्रकर्ण) आणि दोन कोन (भूकोन आणि ग्रहकोन) काढणें हा भूमध्यगणिताचा विषय आहे. या दोन कोनांपैकीं जो कोन लहान असतो त्याला शीघ्रफल म्हणतात.

वरील विवेचनावरून दिसून येईल कीं, भूमध्यगणित हें त्रिकोणमितीचें एक कृत्य आहे. ज्यांस त्रिकोणमितीची माहिती आहे अथवा ज्यांस दुर्बीण मोजणी करितां येते त्यांस या गणिताचें कांहींच महत्व वाटणार नाहीं. पण असे वाचक थोडे म्हणून त्रिकोणमितीच्या रीतीनें मागें पान १७।१८ येथें दोन उदाहरणें करून दाखविलीं आहेत. आकृति काढून त्यांचें स्पष्टीकरण केल्यास वाचकांस विशेष उपयोग होईल असें वाटल्यावरून तसें येथें करीत आहों.

(आकृति ७ वी.) यांत S हा सूर्य, V हा शुक्र आणि E ही पृथ्वी आहे. SR आणि Er या अनुक्रमें सूर्य आणि पृथ्वीवरून रेवतीताऱ्याकडे जाणाऱ्या रेषा आहेत. रेवती तारा अत्यंत दूर आहे म्हणून या रेषा परस्परांस समांतर आहेत. ABV कंस = ९८° – २५८° = २००°=शीघ्रकेंद्र. याचा भुज २०° याच्या भुजज्येनें शुक्रमंदकर्णास ·७१८४ गुणून गुणाकार ·२४५० हा VH लंब झाला. आणि कोटिज्येनें गुणून गुणाकार ·६७५३ हा SH अवलंब झाला. कोटिज्या ऋण आहे म्हणून हा अवलंबही ऋण झाला. म्हणून SE = ·९८३२ या पृथ्वीच्या मंदकर्णांतून हा अवलंब वजा करून बाकी HE = ·३०७९ हा स्फुटावलंब झाला. VHE हा काटकोन आहे म्हणून $\sqrt{(VH^2+HE^2)}$ = ·३९३५ हा शुक्राचा शीघ्रकर्ण झाला. शीघ्रकर्ण म्हणजे पृथ्वी आणि ग्रह यांच्या मधील सरळ रेषाकार अंतर.

लंबास ·२४५० शीघ्रकर्णानें ·३९३५ भागून भागाकार ·६२२७ हा VEH या कोनाची भुजज्या झाली. इचा कंस ३८° हें VEH कोनाचें माप झालें. यालाच शीघ्रफल म्हणतात. E वरून पहाणाऱ्यांस V शुक्र सूर्याच्या मागें दिसतो म्हणून सूर्यातून हा कोन वजा करून २५८° – ३८° = २२०° हा भूमध्यदृश्य शुक्राचा भोग सिद्ध झाला म्हणजे सूर्यामधून पहाणाऱ्यास रेवती ताऱ्यापासून RSV कोन = ९८ इतक्या अंशावर दिसणारा शुक्र, E या पृथ्वीवरून पहाणाऱ्यास RSV + VSC = rEV = २२०° अंतरावर दिसेल. या आकृतींत शुक्र व पृथ्वी यांच्या कक्षा एकाच पातळींत आहेत असें मानिलें आहे.

(आकृति ८.) यांत बहिर्वर्ति मंगळाच्या भूमध्यगणिताचें प्रदर्शन केलें आहे. याचें विवरण वरच्या प्रमाणेंच आहे म्हणून तें तपशीलवार पुन्हां देण्याची जरूरी दिसत नाहीं. यांत S, M, आणि E अनुक्रमें सूर्य, मंगळ आणि पृथ्वी यांचीं स्थानें आहेत. EH हा लंब, SH हा अवलंब आणि MH हा स्फुटावलंब आहे. EMS कोन शीघ्रफल आहे. ME हा शीघ्रकर्ण आहे. सूर्य उणा मंगळ = २५८° – १६५° = ९३° हें विलोम शीघ्रकेंद्र (म्हणजे चक्रशुद्ध शीघ्रकेंद्र)आहे.

बहिर्वर्तिग्रहाचा मंदकर्ण अंतर्वर्ति ग्रहाच्या मंदकर्णापेक्षां मोठा असतो. म्हणून त्रिकोणाच्या धर्माप्रमाणें अंतर्वर्ति ग्रहकोनापेक्षां बहिर्वर्तिग्रहकोन नेहमीं लहान असतो. या दोन कोनांपैकीं जो लहान तो शीघ्रफल; म्हणून बुध आणि शुक्र यांच्या गणितांत भूकोन शीघ्रफल होतो. आणि इतर ग्रहांच्या गणितांत इतर ग्रहाधिष्ठितकोण शीघ्रफल होतो.

(आकृति ७.) E या पृथ्वीवरून शुक्रकक्षेला स्पर्श करून जाणारी एक EB रेघ काढली आणि सूर्यमध्यांतून जाणारी आणखी एक EA रेघ काढली तर या दोन रेघांमध्यें सुमारें ४६° चा कोन पडतो. याला शुक्राचें परमशीघ्रफल म्हणतात. शुक्रकक्षेची केंद्रच्युति अत्यल्प असल्यामुळें हें परमशीघ्रफल फारसें कमीजास्त होत नाहीं. पण बुधकक्षा बरीच दीर्घवर्तुळाकार आहे म्हणून स्पर्शस्थानीं लघ्वक्ष आणि बृहदक्ष असतील तर त्याचें परमशीघ्रफल अनुक्रमें १८° व २८° असतें. या बुध आणि शुक्र ग्रहांच्या परमशीघ्रफलांस त्यांचें सूर्यापासून परम इनांतर (Greatest Elongation) म्हणतात.

सरतेशेवटीं सर्वांच्या पहाण्यांत येणारा असा एक दृष्टांत देऊन हें भूमध्यगणितांचें व्याख्यान संपवितों:—(आकृति २१ पहा).

अशी कल्पना करा कीं, एका चाबूकस्वारानें शर्यतीच्या राउंडच्या मध्यभागीं उभें राहून एक घोडा मंडळावर धरिला आहे आणि त्या स्वारापासून पाव मैलाच्या त्रिज्येवर आम्ही घोड्याच्या दिशेनें हळूं हळूं राउंडवर चालत आहों. अशा समयीं आपण घोड्याकडे पाहिलें तर तो घोडा स्वाराच्या पुढें मागें सुमारें ७८

अंश हेलकावत आहे, असें दिसेल. आणि आमच्या मंदगतीला अनुसरून तो चाबूकस्वार घोड्यासह क्षितिजावर आमच्या विरुद्ध दिशेकडे सरकत आहे असें आम्हांस दिसेल. इष्ट वेळीं आम्हांस घोडा क्षितिजावर कोठें दिसेल तें स्थान काढावयाचें तर प्रथम चाबूकस्वाराच्या दृश्य मंदगतीवरून त्याचें क्षितिजावरील स्थान ठरवावें आणि नंतर घोड्याच्या हेलकाव्याची दृश्य लांबी आणून ती चाबूकस्वाराच्या स्थानांत धनर्ण करावी, म्हणजे घोड्याचें स्थान निघेल. हा दृष्टांत अंतर्ग्रहगणितास पूर्णपणें लागू पडतो. यांत चाबूकस्वार, घोडा आणि आम्ही अनुक्रमें सूर्य, अंतर्ग्रह आणि पृथ्वी आहोंत, आणि क्षितिज क्रांतिवृत्त आहे असें समजावें.

आतां घोडा जर आम्हांकडे पाहील तर त्याला असें दिसेल कीं, आम्ही क्षितिजावर (क्षितिजाला लागून) मंदगतीनें चालत आहों, पण चाबूकस्वार मोठ्या झपाट्यानें क्षितिजाला लागून फिरत आहे. चाबूकस्वाराची गति झपाट्याची असल्यामुळें तो आमच्यामागून येऊन आम्हांस गांठून पुढें निघून जातो आणि याप्रमाणें सतत चाललें आहे. जेव्हां चाबूकस्वार, घोडा व आम्हीं एकाच रेषेंत असतो; तेव्हां आम्हीं आमच्या मंद गतीवरून ठरविल्या जागीं घोड्यास दिसतों. पण इतर वेळीं आम्हांस घोडा चाबूकस्वारामागें जितके अंश दिसतो तितकेच अंश घोड्यास आम्ही आमच्या गत्यनुसारी स्थानापासून मागें दिसतो. वक्री, स्तंभ, अतिचर वगैरे गतींच्या सर्व प्रकारांची उपपत्ति या साध्या दृष्टांताचा विचार केला तर सहज कळण्याजोगी आहे. या दुसऱ्या प्रकारांत चाबूकस्वार, घोडा आणि आम्ही अनुक्रमें सूर्य, पृथ्वी आणि बहिर्ग्रह आहोंत असें समजावें. यापासून बहिर्ग्रहगणिताची उपपत्ति चांगली लक्षांत येईल.

दीर्घवर्तुलीय संस्कार.

सर्व ग्रह सूर्याभोंवतीं वर्तुलाकार कक्षांत फिरत असते तर १३ व्या आणि १४ व्या कोष्टकांत दिलेलीं इनांतरें व शीघ्रकर्ण दृक्प्रत्ययावह झाले असते. पण वस्तुतः प्रत्येक ग्रहकक्षा अधिक उणी दीर्घवर्तुलाकार असल्यामुळें कायम कोष्टकावरून काम भागत नाहीं. दीर्घवर्तुलाकारामुळें ग्रहांच्या मंदकर्णांत जो फेर पडतो त्यामुळें उत्पन्न होणारा संस्कार दिला पाहिजे. ही नूतनसंस्कारपद्धति आम्हींच शोधून काढिली असल्यामुळें तिची सविस्तर उपपत्ति देणें आवश्यक आहे. या हिकमतीमुळें गणितश्रम किती वांचतात त्याची कल्पना वाचकांस सहसा होणार नाहीं.

(आकृति १ वी). यांत S, E, P हे अनुक्रमें सूर्य, पृथ्वी, आणि ग्रह आहेत. आणि

SP = ग्रहाचा मध्यममंदकर्ण ∠ PSE = षड्भाल्पशीघ्रकेंद्र
SE = पृथ्वीचा " ∠ SEP = मध्यम इनांतर
PE = मध्यमशीघ्रकर्ण ∠ SPE = मध्यम ग्रहकोण

शीघ्रकेंद्र १८० अंशांपेक्षां कमी असेल तर तें सहा राशिपेक्षां कमी असतेंच पण जर तें १८० अंशांपेक्षां जास्त असेल तर तें ३६० अंशांतून वजा करून षड्भाल्प करावें. भ = ३०°

गणितलाघवासाठीं प्रथम ग्रह आणि पृथ्वी आपापल्या मध्यममंदकर्णाएवढ्या त्रिज्येच्या वर्तुळांत सूर्याभोंवतीं फिरतात असें कल्पून मागें सांगितलेल्या त्रिकोणमितिपद्धतीनें शीघ्रकेंद्राच्या दर तीन अंशावर उत्पन्न होणारीं मध्यम इनांतरें आणि मध्यम शीघ्रकर्ण आणून ते कोष्टक १३ व १४ यांत दाखल केले आहेत.

पण वास्तविकपणें ग्रह व पृथ्वी यांच्या कक्षा दीर्घवर्तुलाकार आहेत म्हणून त्यांचे मंदकर्ण क्षणोक्षणीं बदलत जातात. म्हणून उदाहरणार्थ P आणि E अनुक्रमे इष्टवेळीं Q आणि G येथें असतील तर—

SQ = ग्रहाचा स्पष्ट मंदकर्ण. ∠ QSG = षड्भाल्पशीघ्रकेंद्र.
SG = पृथ्वीचा " ∠ SGQ = स्पष्ट इनांतर.
QG = स्पष्टशीघ्रकर्ण. ∠ SQG = स्पष्ट ग्रहकोण.

अशीं स्पष्ट मानें होतील. वरील मध्यममानें को. १३, १४ यावरून कळतातच तर या मध्यममानांस कोणता संस्कार केला तर स्पष्ट मानें येतील हा प्रश्न सोडविला पाहिजे.

GH, GC रेषा अनुक्रमें PE, SQ यांना समांतर काढ. आणि HD रेष GQ रेषेवर लंब कर. आतां GC रेष SP रेषेला समांतर आहे. म्हणून EGC, ESP हें सरूप त्रिकोण आहेत. म्हणून—

$$SE : SP :: GE : GC = \frac{SP \times GE}{SE} = \text{समांतर.}$$

$$= \frac{\text{ग्रहमध्यममंदकर्ण}}{\text{रविमध्यममंदकर्ण}} \times \text{पृथ्वीच्या स्पष्ट व मध्यममंदकर्णांचें अंतर.}$$

यांत रविमध्यममंदकर्ण = १ मानिला आणि पृथ्वीच्या स्पष्ट आणि मध्यममंदकर्णांच्या अंतरास मंदकर्णशेष हें नांव दिलें तर—

समांतर = ग्रहमध्यममंदकर्ण × सूर्यमंदकर्णशेष.

ग्रहांचा मध्यममंदकर्ण स्थिरसंख्या आहे. आणि सूर्याचें मंदकर्णशेष सूर्याच्या मंदकेंद्रावर अवलंबून असतें. म्हणून सूर्यमंदकेंद्र उपकरणावरून प्रत्येक ग्रहाचीं GC हीं समांतरें वर्तवून तीं ११ व्या कोष्टकांत नमूद केलीं आहेत.

आतां आम्हांस ∠ SGQ हें स्पष्ट इनांतर काढिलें पाहिजे. याचा मोठा भाग ∠ SGH = ∠ SEP = मध्यम इनांतर १३ व्या कोष्टकावरून कळतें. म्हणून बाकी राहिलेला ∠ HGD काढिला म्हणजे काम झालें.

$$HD = QH \sin HQD.$$

$$= QH \sin SPE \text{ सुमारें.}$$

पण $QH = QP + PH.$

$$= QP + GC.$$

$$= QS - SP + GC.$$

= ग्रहस्पष्टमंदकर्ण − ग्रहमध्यममंदकर्ण + समांतर.

= गुणक.

म्हणून $HD = \text{गुणक} \times \sin SPE.$

$$\sin HGD = \frac{HD}{HG} = \frac{\text{गुणक} \times \sin SPE}{PE}, \text{ सुमारें.}$$

$$\text{अंशात्मक } \angle HGD = \frac{\text{गुणक} \times \sin SPE \times ५७.३}{PE}.$$

यांत HGD या कोनाला **दीर्घवर्तुलीय** संस्कार आणि ५७.३ × sin SPE ÷ PE याला **दीर्घवर्तुलांश** हीं नांवें आम्हीं दिलीं आहेत. म्हणूनः—

∴ दीर्घवर्तुलीयसंस्कार = गुणक × दीर्घवर्तुलांश.

टीपः— आकृतींत QP, GE हीं मंदकर्णशेषें मनांत भरण्यासाठीं वाजवी-पेक्षां फारच मोठीं करून दाखविलीं आहेत. त्यामुळें आम्हीं जेथें जेथें 'सुमारें' हा शब्द वरील उपपत्तींत वापरला आहे त्या त्या किमती फार ढोबळ येतील असें वाचकांस वाटेल. पण वस्तुतः अशी गोष्ट नाहीं, असें पान २७ येथें आमच्या गणिताची फ्रेंच गणिताशीं केलेल्या तुलनेवरून खात्री होईल.

GH या कर्णरेषेबद्दल PE हा मध्यमशीघ्रकर्ण घेतला आहे. यामुळें क्वचित् प्रसंगीं थोडी तफावत येण्याचा संभव आहे. पण गणितश्रम वांचविण्यासाठीं असें करणें योग्य आहे. आमच्या ज्योतिर्गणितांत ही कर्णरेषा आणण्यासाठीं द्वितीय, तृतीय नांवाचे दोन गुणक जास्त दिले आहेत. त्यामुळें त्यांतील भूमध्यगणित जास्त सूक्ष्म झालें आहे. सदर गुणकामुळें गणित वाढून गणकांस कंटाळा येईल या भीतीनें ते गुणक येथें सोडून दिले आहेत.

सदर तुलनेमध्यें गुरुशनींच्या रविमध्यस्थानांत दोन चार कलामित अंतर

दिसून येतें त्याचें कारणही असेंच आहे. म्हणजे गणित वाढूं नये म्हणून आम्हीं त्यांचे लहान लहान संस्कार सोडून दिले आहेत.

हानसेननें मध्यमचंद्रास ५० संस्कार सांगितले आहेत. त्यांपैकीं एक कलेपेक्षां मोठे संस्कार मात्र आम्हीं घेतले आहेत. कलेच्या आंतील सुमारें ३०।३५ संस्कारांची उपेक्षा केल्यामुळें चंद्राच्या स्थानांत समयविशेषीं २।४ कला अंतर पडणें साहजिक आहे.

भूमध्यशर.

(आकृति १० वी.) येथें S,E,P अनुक्रमें सूर्य, पृथ्वी आणि ग्रह आहेत, APC हें ग्रहकक्षार्ध, AQC ही क्रांतिवृत्ताची पातळी, A हा उत्तर संपात, ASC ही संपातरेषा, PAQ हा विक्षेपकोन म्हणजे क्रांतिवृत्त व कक्षावृत्त यांच्या पातळ्यांमधील कोन.

ACQ ही क्रांतिवृत्ताची पातळी आकृति काढलेल्या कागदाच्या पातळींत आहे. APC हें कक्षार्ध कागदाच्या पातळीच्या वर आहे. PQ रेघ AQC पातळीवर Q स्थानीं लंब आहे. म्हणजे AQC हें एक दळण्याचें जातें कल्पिलें तर QP हा Q स्थानीं रोवलेला त्याचा खुंटा होईल.

अर्थात् SQP आणि EQP हे कोन काटकोन आहेत. आपणास PSQ हा रविमध्यशरकोन माहित आहे. यापासून PEQ हा भूमध्यशरकोन काढणें आहे.

SP हा ग्रहाचा मंदकर्ण त्याच्या कक्षापातळींत आहे. त्याचें S टोंक क्रांतिवृत्तपातळीला लागलें आहे. दुसरें P टोंक क्रांतिवृत्ताच्या पातळीपासून QP इतकें वर उचललेलें आहे. SP मंदकर्णाला PSQ या रविमध्यशराच्या कोटिज्येनें गुणिलें म्हणजे SP चें क्रांतिवृत्तावर परिणत केलेलें (Projected) SQ माप येतें. म्हणजे SQ ही SP ह्या ओझरत्या रेषेची क्रांतिवृत्तपातळीवर लंब दिशेनें पाडलेली प्रच्छाया (Orthogonal Projection) आहे.

भूमध्यगणितांत वास्तविक पाहिलें तर SP बद्दल SQ कर्ण घेतला पाहिजे. पण ग्रहशर बहुशः अल्प असतात. म्हणून त्यांची कोटिज्या १ मानून गणितलाघवासाठीं SQ = SP असें मानिलें आहे.

आतां,

$$PQ = SP.\sin PSQ = SP \times \angle PSQ \text{ . सुमारें.}$$

$$\frac{PQ}{QE} = \frac{SP \times \angle PSQ}{QE} = \tan PEQ = \angle PEQ \text{ सुमारें,}$$

म्हणून $\angle PSQ \times SP \div QE = \angle PEQ$.

म्हणजे रविमध्यशर × ग्रहमंदकर्ण ÷ शीघ्रकर्ण = भूमध्यशर.

गणितलाघवासाठीं वरील भूमध्यगणितपद्धतींत आम्हीं थोडी कसर जाऊ दिली आहे. पाश्चात्यांची अगदीं बिनकसरपद्धति पुढें दाखविल्याप्रमाणें आहे. प्रथम,

$$PQ = SP \sin PSQ;$$
$$SQ = SP \cos PSQ;$$

हीं मानें आणून नंतर SQ, SE आणि QSE कोन यावरून त्रिकोणमिति-पद्धतीनें QE बाजू आणि SEQ कोन काढतात. SEQ कोन इनांतर होतें. मग पुढील समीकरणावरून भूमध्यशर आणि भूग्रहांचें निजांतर (True distance from the Earth) हीं आणतात.

$\frac{PQ}{QE} = \tan PEQ =$ भूमध्यशरस्पर्शरेषा.

$PE = QE \sec PEQ =$ पृथ्वीपासून ग्रहापर्यंत सरळ अंतर.

ग्रहांची भूमध्यदिनगति.

१५ व्या कोष्टकांतील दिनगतिफलें १३ व्या कोष्टकांतील इनांतरांवरून सिद्ध केलीं आहेत. हीं इनांतरें शीघ्रकेंद्राच्या तीन तीन अंशाच्या अंतरानें दिलीं आहेत. या इनांतरांचीं जीं अंतरें तींच शीघ्रकेंद्र तीन अंश वाढण्यास लागणऱ्या दिवसांचीं गतिफलें होतात. म्हणून हे दिवस आणून त्यांनीं इनांतरांच्या अंतरास भागिलें म्हणजे ग्रहांचीं दिनगतिफलें येतात. तीन अंश शीघ्रकेंद्र वाढण्यास किंवा कमी होण्यास बुधापासून अनुक्रमें ·९७, ४·८७, ६·५०, ३·३२, ३·१५, ३·०९, ३·०६ दिवस लागतात. उदा०– गुरूचीं शीघ्रकेंद्रें १८०° व १७७° असतांना तेथील इनांतरांचें अंतर – ३°·७१ =–२२२′·६ असतें, यांस ३·३२ नीं भागून आलें गुरूचें दिनगतिफल – ६९′·० या उपपत्तीचें बीजपद्धतीनें स्पष्टीकरण—

मंदस्पष्टरवि + इनांतर = भूमध्यग्रहस्थान. (पान १३)

समजा $S + E = P$ हें आजचें स्थान.

$S' + E' = P'$ हें उद्याचें स्थान.

तर $(S' - S) + (E' - E) = (P' - P) =$ दिनगति.

यांत $(S' - S) =$ ५९′·१ मध्यममानानें.

आणि $(E' - E) =$ दिनैकांतरित इनांतरांचें अंतर = गतिफल.

म्हणून ५९′·१ + गतिफल = भूमध्यग्रहदिनगति. (पान १४)

टीपः–दीर्घवर्तुलीय संस्कार अल्प म्हणून उपेक्षणीय आहे. बहिर्ग्रहांचीं शीघ्रकेंद्रें रोजच्यारोज कमी होत जातात. पण अंतर्ग्रहांचीं वाढतात.

बुधदिनगति विशेषः--बुधाचें मंदफल मोठें असल्यामुळें त्याच्या रविमध्यदिनगतींत पडणारा फेरफारही मोठा असतो. यामुळें शीघ्रकेंद्रांतही मोठा फेर पडतो. याचा परिणाम १५ व्या उपकोष्टकांतील गुणकानें दाखविला आहे. हा गुणक उत्पन्न करण्याचें सूत्र शके १८३३ सालच्या केतकीपंचांगांत दिलें आहे. तें--

$$\text{गतिफलगुणक} = 1 - \frac{\text{४ मंदकर्णशेष.}}{\text{३ मंदस्पष्टकर्ण.}}$$

बुधमंदकर्णाच्या रोजच्या फेरफारामुळें दिनगतीवर होणारा परिणाम वर्तुलांश गुणकानें दाखविला जातो. ज्योतिर्गणित पान १५४ यांत दिलेलीं मंदकर्णशेषाचीं जीं अंतरें त्यांसच वर्तुलांशगुणक हें नांव येथें दिलें आहे.

दिनगतिफलाची भूमितीय उपपत्तिः—

(आकृति ११.) असें समजूं कीं, E, V, आणि T हीं विवक्षित क्षणीं पृथ्वी ग्रह आणि एक नक्षत्र यांचीं स्थानें असून तीं एकाच सरळ रेषेंत आहेत. आणि n, m, आणि शून्य या त्यांच्या अनुक्रमें रविमध्यदिनगति आहेत.

आतां n ही गति तिनही गतींतून वजा केली तर त्यांच्या सापेक्ष गतींत (Relative motions) व्यत्यास होणार नाहीं. म्हणून तसें केल्यास शून्य, $m-n$ आणि $-n$ या त्यांच्या अनुक्रमें सापेक्षगति होतील. म्हणजे E पृथ्वी स्थिर होईल. V ग्रहाची गति ($m-n$) = VP होईल. आणि T नक्षत्राला $-n$ गति उत्पन्न होईल म्हणजे E येथून पाहाणाऱ्यास T नक्षत्र TEU कोनाइतकें V पासून U कडे मागें गेल्यासारखें दिसेल. सारांश आज EVT या रेषेंत असणारा V ग्रह आणि T नक्षत्र यांच्यामध्यें E या भूमध्यांतून पहाणाऱ्यास उद्यां PEU या कोनायेवढें अंतर दिसेल. या PEU कोनाचा VEU भाग पृथ्वीच्या मध्यमगतिसमान म्हणजे $-n = -५९'.१$ आहे म्हणून तो माहित आहे. दुसरा भाग PEV हा कोन काढावयाचा आहे.

PQ रेघ EQ रेषेवर लंब कर आणि PE, PS आणि VS या रेघा काढ, PVK ही ग्रह कक्षा आहे आणि तिच्या मध्यबिंदूंत S हा सूर्य आहे, आतां,

$$VP = VS \times \angle VSP.$$

$\angle SVP$ काटकोन म्हणण्यास हरकत नाहीं. VP अल्प आहे म्हणून,

$$\therefore \quad PQ = VP \times \cos EVS.$$

$$= VS \cdot \angle VSP \cdot \cos EVS.$$

$$\frac{PQ}{EP} = \frac{VS \cdot \angle VSP \cdot \cos EVS}{EP} = \sin PEQ.$$

$$\therefore \quad \angle PEV = \frac{VS \cdot \angle VSP \cdot \cos EVS}{EV}$$ स्वल्पांतरानें.

∴ दिनगतिफल = ग्रहमंदकर्ण × रविग्रहदिनगत्यंतर.
× ग्रहस्थानीय कोणकोटिज्या ÷ शीघ्रकर्ण.

उदाहरणः—पूर्वोक्त दिवशीं गुरूचें भूमध्यगतिफल किती ?

न्यास २१३ पहा. गुरूचा मंदकर्ण=५·१६२; गत्यंतर −५४′; (शीघ्रकेंद्र–इनांतर) =(१७५°·३७–१७४°·२७) = १°·१७. याची कोटिज्या= १ शीघ्रकर्ण, ४·२०४ अशीं मानें आहेत. म्हणून,

५·१६२ × (– ५४′·०) × १ ÷ ४·२०४ = – ६६′·३ हें गतिफल झालें.

कै० केरोपंत छत्रे यांच्या ग्रहसाधनांत दिलेल्या रीतीची उपपति. (आकृति १२ वी पहा). या रीतींत पृथ्वी व ग्रह हे दोनही चल आहेत.

यांत S, V, E हे अनुक्रमें सूर्य, ग्रह आणि पृथ्वी आहेत. VP आणि EH या ग्रह आणि पृथ्वी याच्या अनुक्रमें रविमध्यदिनगति आहेत. HR रेघ EQ रेघेशीं समांतर आहे. HG, PR हे QE रेघेवर लंब आहेत. T,U हीं नक्षत्रें आहेत.

समजा कीं कोणे एके दिवशीं E, V आणि T म्हणजे पृथ्वी ग्रह आणि एक नक्षत्र, EVT या सरळरेषेंत आहेत. तर दुसऱ्या दिवशीं V ग्रह P येथें गेला असेल. आणि E पृथ्वी H येथें गेली असेल. T हें नक्षत्र जें पूर्व दिवशीं EV दिशेंत दिसत होतें तें त्याच रेषेला समांतररेषेंत ह्मणजे HRU रेषेंत भूस्थ द्रष्ट्याला दिसेल. कारण नक्षत्रें अत्यंत दूर आहेत. ह्मणून त्यांच्याकडे जाणाऱ्या रेषा नेहमीं समांतर असतात. भूकक्षेच्या दोन व्यासाग्रांवरून कोणत्याही नक्षत्राकडे पाहिलें तर त्याच्या स्थानांत १ विकलेचा देखील दिग्भेद ह्मणजे लंबन दिसून येत नाहीं. १८ कोटि मैल लांब रेषा नक्षत्रावरून पाहिली तर ती केवळ एक बिंदुरूप दिसेल इतकीं तीं आम्हांपासून दूर आहेत.

अर्थात् पूर्व दिवशीं भूस्थ द्रष्ट्यास V ग्रह T नक्षत्रावर दिसत होता. तो पृथ्वी आणि ग्रह यांच्या गतीमुळें दुसऱ्या दिवशीं त्याच नक्षत्रापासुन RHP कोनाइतका पुढें दिसेल. ह्मणून आपणांस RHP कोनाचें मान काढिलें पाहिजे.

$\angle SVP$ काटकोन आहे म्हणून $\angle SVE + \angle PVQ = 90^\circ$.

आणि $\angle SEH$ काटकोन आहे म्हणून $\angle SEG + \angle GEH = 90^\circ$.

$PV = VS \cdot \angle VSP$.

$PQ = PV \cdot \cos \angle SVE$.

$$PQ = VS \cdot \angle VSP \cdot \cos SVE.$$

पुनः $EH = ES \cdot \angle ESH.$

$$HG = EH \cdot \cos SEV.$$
$$= ES. \angle ESH. \cos SEV.$$

पुनः $PR = PQ + HG$, कारण $QR = HG$.

$$\frac{PR}{HP} = \frac{VS \cdot \angle VSP \cdot \cos SVE}{HP} + \frac{ES \cdot \angle ESH \cdot \cos SEV}{HP}.$$

पण $\frac{PR}{HP} = \sin RHP = \angle RHP$. आणि $PH = VE$ सुमारें.

$$\angle RHP = \frac{VS. \angle VSP. \cos SVE}{VE} + \frac{ES. ESH. \cos SEV}{VE}.$$

म्हणून भूमध्यदृश्य दिनगतिः—

$$= \frac{\text{ग्रहमंदकर्ण} \times \text{ग्रहदिनगति} \times \text{ग्रहस्थानीयकोणकोटिज्या}}{\text{शीघ्रकर्ण}}$$

$$+ \frac{\text{भूमंदकर्ण} \times \text{भूदिनगति} \times \text{भूस्थानीयकोणकोटिज्या}}{\text{शीघ्रकर्ण}}.$$

रविमध्यग्रहांतून भूमध्यग्रह वजा केला म्हणजे ग्रहस्थानीय कोण येतो. आणि इनांतर हा भूस्थानीय कोण असतो. वरील समीकरणांत मध्यममानाचा उपयोग केला आहे. म्हणून इच्छिलेल्या ग्रहांचीं मध्यममानें वरील समीकरणांत मांडलीं म्हणजे त्यांच्या दिनगतींचें समीकरण उत्पन्न होतें. उदाहरणार्थ शुक्र घेऊं. शुक्राचा मंदकर्ण × दिनगति = ९६′ × ·७२३ = ६९′·४ आणि भूमंदकर्ण × भूदिनगति = १ × ५९′·१ = ५९′·१ म्हणून—

$$\text{शुक्रगति} = \frac{६९\cdot४ \ \text{शुक्रकोणकोटिज्या} + ५९\cdot१ \ \text{भूकोणकोटिज्या}}{\text{शुक्रशीघ्रकर्ण}}.$$

इष्टग्रहगति शून्य कोठें होते तें स्थान काढावयाचें असेल तर गतिफल कोष्टकांत त्याचें गतिफल केवढ्या शीघ्रकेंद्रावर किंवा इनांतरावर–५९′·१ होतें तें शोधून काढावें. म्हणजे तेंच शून्यगतिस्थान म्हणजे ग्रहस्तंभस्थान (Stationary Point) होईल. पान ६२ पहा.

ग्रहांचीं बिंबें.

पदार्थ जवळून मोठा दिसतो आणि दुरून लहान दिसतो. म्हणजे बिंबाची ऱ्हासवृद्धि अंतराच्या व्यस्त प्रमाणांत घडते. म्हणून गणिताच्या सोईसाठीं कांहीं

एका नियमित अंतरावरून ग्रहांकडे पाहिलें तर प्रत्येक ग्रहाचें बिंब केवढें दिसेल तें अनेक वेधांवरून ज्योतिर्वेत्त्यांनीं सूक्ष्मपणें ठरविलें आहे. या कामीं त्यांनीं सूर्य आणि पृथ्वी यांचें मध्यमांतर घेतलें आहे. म्हणजे प्रत्येक ग्रह भूकक्षेंत आणून उभा केला तर त्याचा व्यास सूर्यावरून केवढा दिसेल त्याचें मान बुधापासून अनुक्रमें ६″·६, १७″·५, ९″·३, १९६″·०, १६४″·८, ७५″·०, ६७″·३. आहे. म्हणून या अंकांस एकानें गुणून त्या त्या ग्रहाच्या शीघ्रकर्णानें भागिलें म्हणजे पृथ्वीवरून दिसणारीं त्या त्या ग्रहांचीं बिंबें येतात.

ग्रहांच्या कला.

ग्रहगोलाचा जो अर्धभाग सूर्यासमोर असतो तेवढाच प्रकाशित असतो. दुसऱ्या अर्ध्या भागावर अंधार असतो. सूर्यप्रकाशांत एकादा वाटोळा चेंडू धरून पहावा म्हणजे खात्री होईल. पण पृथ्वीवरून दिसणारा त्याचा अर्धभाग सूर्यावरून दिसणाऱ्या अर्धभागाहून निराळा असतो. म्हणून सूर्य आणि पृथ्वी यांस जो गोलांश साधारण असतो तेवढाच आम्हांस प्रकाशित दिसतो.

(आकृति १३ वी) येथें S, E, V हे अनुक्रमें सूर्य, पृथ्वी आणि ग्रह यांचे मध्यबिंदु आहेत. BD रेघ SV रेघेवर V स्थानीं लंब आहे आणि AVC रेघ VE रेघेवर लंब आहे. V ग्रहाचा BAD हा अर्धभाग सूर्यासमोर असल्या-मुळें तो प्रकाशित आहे. बाकीचा BCD अर्धभाग अंधःकारमय आहे. ADC हा अर्धभाग पृथ्वीला समोर आहे म्हणून तिला येवढाच भाग दिसतो. बाकीचा ABC भाग दिसत नाहीं. पृथ्वीला दिसणाऱ्या ADC भागापैकीं AD कंस मात्र तेजःपुंज दिसतो. म्हणून आम्हांस AD कंस किंवा AVD या कोनाचें माप काढिलें पाहिजे.

$\angle BVS = \angle AVE$ प्रत्येक कोन काटकोन आहे म्हणून.

$\therefore\ \angle BVA = \angle SVE$. युक्लिड प्र. प्र. २

पुनः $\angle AVD = 180^\circ - \angle BVA$.

$= 180^\circ - \angle SVE$.

$= 180$ − ग्रहस्थानीय कोण.

$= 180$ − (शीघ्रकेंद्र − इनांतर).

सित $= 180$ + इनांतर − शीघ्रकेंद्र.

उदाहरणः—शुक्राचें शीघ्रकेंद्र २०० अंश आहे तर या समयीं त्याचें **सित** काय असेल ? शीघ्रकेंद्र २००° असते वेळीं त्याचें इनांतर − ३७·५ असतें. (कोष्टक १३). म्हणून वरील समीकरणांत या किंमती मांडून समीकरण सोड-

विलें तर सित = १८०° – ३७.५ – २००° =–५७.५ = ३०२.५. याला १२ नीं भागिलें तर २५ वी तिथि येते म्हणजे शुक्र कृष्णदशमीच्या चंद्रासारखा दिसेल.

शुक्राची सुषमा.*

(*Greatest Brilliancy.*)

१३ व्या आकृतीच्या बाजूस शुक्रबिंबाची आकृति काढून दाखविली आहे. तसेंच सिद्धतेसाठीं SV रेघ पुढें वाढवून तिच्यावर EM रेघ लंब केली आहे. SE = १ = रविमंदकर्ण, SV = a = शुक्रमंदकर्ण, आणि EV = x = शुक्रशीघ्रकर्ण असें समजा.

शुक्रबिंबाच्या आकृतींत GAHD ही कोर प्रकाशित आहे. हिची आंतील बाजू GDH दीर्घवर्तुलाचा परिवार्ध आहे. आणि दीर्घवर्तुलाच्या धर्माप्रमाणें हिचें क्षेत्रफल AD रेषेप्रमाणें बदलतें. AD रेघ म्हणजे AVD कोनाची उत्क्रमज्या (Versed sine) म्हणजे (१–कोटिज्या) आहे. प्रकाशाचें तेज अंतराच्या वर्गाच्या व्युत्क्रम प्रमाणांत असतें. म्हणजे दिव्यापासून १ हात अंतरावर जितका प्रकाश असतो त्याच्या चतुर्थांशाइतका उजेड २ हात अंतरावर असतो. ३ हात अंतरावर केवळ नवमांश उजेड पडतो. याप्रमाणें प्रकाश झपाट्यानें कमी कमी होत जातो.

म्हणून चकाकीचें मान पुढील अपूर्णांकावर अवलंबून असतें.

$$\text{चकाकी} = \frac{1-\cos AVD}{EV^2} = \frac{1-\cos SVE}{EV^2}$$

$$\text{आतां } SE^2 = SV^2 + VE^2 + 2\, SV.\, VE.\cos SVE$$

$$1 = a^2 + x^2 + 2\,ax\cos SVE$$

$$\therefore \cos SVE = -\frac{a^2+x^2-1}{2\,ax}$$

$$\text{आणि } \frac{1-\cos SVE}{EV^2} = \frac{1}{x^2}\left(1+\frac{a^2+x^2-1}{2\,ax}\right)$$

$$= \frac{2\,ax + a^2 + x^2 - 1}{2\,ax^3}$$

$$\text{चकाकी} = \frac{(a+x)^2-1}{2\,ax^3}$$

---

* सुषमा परमा शोभा भाच्छविद्युतिदीप्तयः ।

— अमरकोश.

टीपः—ही चकाकी महत्तम होण्यास वरील अपूर्णांकाची किंमतही महत्तम (Maximum) झाली पाहिजे. येथें परमाणुगणिताची मदत घेतली पाहिजे.

परमाणुगणित म्हणजे क्रमवर्धिष्णु पिंडाच्या वृद्धीचा वेग काढण्याचें गणित. क्रमवर्धिष्णु पिंड महत्तम व्हावा तर त्याच्या वृद्धीचा वेग म्हणजे परमाणुवृद्धि शून्य झाली पाहिजे. मूल उपजल्यावर त्याचा पिंड आरंभीं बऱ्याच वेगानें वाढत असतो. पण पुढें हा वेग कमी होत होत शून्य झाला म्हणजे त्याची वाढ खुंटते आणि त्यावेळीं त्याचा देहपिंड परमावधीस पोंचला असतो. हाच नियम आकर्षणामुळें उत्पन्न होणाऱ्या समुद्राच्या भरती ओहोटी इत्यादि सर्व आकर्षण-चमत्कारांस लागू पडतो.

क्रमवर्धिष्णु पिंड म्हणजे A continuous function; वेग किंवा परमाणु-गुणक म्हणजे A differential coefficient; परमाणु म्हणजे A differential; मूलराशि अथवा स्वतंत्रविकारी म्हणजे An independent Variable-पिंड म्ह. An integral, पिंडीकरण म्ह. To integrate, परमाण्वीकरण म्ह. To differentiate, परिपाक म्ह. A function इत्यादि पारिभाषिक शब्द आम्हीं नवीन योजिले आहेत. शून्यलब्धि व मूलपरिणाति हे जुनें शब्द आमच्या मतें अन्वर्थक नाहींत.

म्हणून परमाणुगणितपद्धतीनें वरील चकाकीच्या पिंडाचा परमाणुवेग काढून तो शून्याबरोबर मांडून समीकरण सोडविलें म्हणजे x ची जी किंमत निघेल तितका शुक्राचा शीघ्रकर्ण जेव्हां असतो तेव्हां शुक्राची चकाकी परमावधीची असते.

वरील समीकरणांत x हा स्वतंत्र विकारी राशि आहे आणि a स्थाणु आहे. छेदांतील $2a$ हेंही स्थाणु आहे.

जर $U = \dfrac{(a+x)^2 - 1}{x^3}$ = चकाकी; $\dfrac{du}{dx}$ = वेग;

तर $\dfrac{du}{dx} = 2x^3(a+x) - 3x^2\left\{(a+x)^2 - 1\right\} = 0$

$= 2ax + 2x^2 - 3a^2 - 6ax - 3x^2 + 3 = 0$

$= x^2 + 4ax + 3(a^2 - 1) = 0$

$\therefore x = \sqrt{a^2 + 3} - 2a$

म्हणजे ज्या दिवशीं शुक्रशीघ्रकर्णाची किंमत वर लिहिल्याइतकी होते, त्या दिवशीं शुक्र **परमदेदीप्यमान** दिसतो. आतां,

a = शुक्रमंदकर्ण = ·७२३३ आहे.

ही किंमत वरील समीकरणांत ठेवून समीकरण सोडविलें तर $x = \cdot४३०४$ शीघ्रकर्ण निघतो. १४ व्या कोष्टकांत पाहिलें तर ·४३०४ येवढा शीघ्रकर्ण शीघ्र-केंद्राच्या १५७·७ अंशांवर असतो असें समजतें. म्हणून ज्या दिवशीं शुक्राचें शीघ्रकेंद्र १५८° असतें त्या दिवशीं आणि षड्भांतर झाल्यावर पुन्हां जेव्हां त्याचें शीघ्रकेंद्र ३६०° – १५८° = २०२° होतें त्या दिवशीं असें दोन वेळां शुक्र परमोज्ज्वल दिसतो. उपकोष्टक १६ वें पहा.

बुधाचा मंदकर्ण ·३८७१ आहे. हा वरील समीकरणांत a च्या जागीं मांडून समीकरण सोडविलें तर बुधशीघ्रकर्ण १·००० निघतो. यावेळीं त्याचें शीघ्रकेंद्र १०१ अंश असतें. यावरून परमेनांतराच्या सुमारास बुध परमदीप्तिमान् दिसतो असें निघतें.

मंगळादि बहिर्ग्रहांची परमौजस्विता त्यांच्या षड्भांतरसमयीं (Time of Opposition) घडते. कारण या प्रसंगीं त्यांचें प्रकाशित बिंब पूर्ण असून पृथ्वीपासून त्यांचें अंतरही परमाल्प असतें.

लंबन व क्षितिजलंबन— एकाच काळीं भूमध्यांतून व भूपृष्ठावरून एखाद्या ग्रहाकडे पाहिलें तर त्याच्या स्थानांत जें अंतर दिसून येतें त्याला लंबन म्हणतात.

(आकृति १४ वी.) येथें ABC हें भूपृष्ठ आहे आणि E भूमध्य आहे. EA रेषा Z पर्यंत वाढवून A स्थानीं AT रेषा तिला लंब काढली आहे. म्हणून AT हें क्षितिज आणि Z हें खस्वस्तिक आहे. TB रेष ABC वर्तुळाला B बिंदूंत स्पर्श करिते म्हणून EBT कोन काटकोन आहे.

इष्टकाळीं गणितागत ग्रह Z येथें असेल तर A व E येथून पहाणाऱ्यांस तो Z येथेंच दिसेल. पण तोच ग्रह S येथें असेल तर E मध्यांतून पहाणाऱ्याला Z आणि S यांमध्यें ZES कोन दिसेल आणि A या भूपृष्ठावरून पहाणाऱ्यास ZAS कोन दिसेल. अर्थात् $\angle ZAS - \angle ZES = \angle ESA$ हा लंबनकोन झाला. Z येथें ग्रह असतां हा कोन ० असतो. आणि ग्रह जसजसा खमध्यापासून दूर जाईल तसतसा लंबनकोन वाढत जातो. T या क्षितिजाला ग्रह टेंकला असतां, म्हणजे ग्रह उगवतांना व मावळतांना ETA हा लंबनकोन महत्तम असतो. म्हणून यावेळच्या लंबनाला क्षितिजलंबन किंवा परमलंबन म्हणतात.

T वरून पाहिल्यास भूबिंब ATB कोनायेवढें दिसेल. ETA, ETB कोन समान आहेत म्हणून ETA हें परमलंबन T ग्रहावरून दिसणाऱ्या भूबिंबाच्या अर्धपट आहे. अर्थात् सूर्याचें क्षितिजलंबन म्हणजे सूर्यावरून दिसणारें भूबिंबार्ध. हें अर्वाचीन सूक्ष्म वेधाप्रमाणें $8''.8$ ठरलें आहे. हें एक

ज्योतिष मानदंडायेवढ्या अंतरावरून दिसणारें आहे. याला इष्टग्रहाच्या शीघ्रकर्णानें भागिलें म्हणजे इष्ट ग्रहावरून दिसणारें भूबिंबार्ध किंवा ग्रहाचें क्षितिजलंबन येतें.

सिद्धांतग्रंथांत AS यास दृक्सूत्र आणि ES यास गर्भसूत्र म्हणतात. म्हणून ' दृग्गर्भसूत्रयोरैक्यात्खमध्ये नास्ति लंबनम् ' हें सि. शिरोमणींतलि वाक्य सोपपत्तिक आहे असें वरील विवेचनावरून दिसून येतें.

ग्रहांचे भूमध्यभोग आणि शर यांपासून त्यांचे विषुवांश आणि क्रांति आणणें.

हें काम गोलीय त्रिकोणमितीचें आहे. ज्याचापकर्माशिवाय हें सूक्ष्म होत नाहीं. ज्याचापकर्माचा तर सर्वांस तिटकारा; म्हणून थोड्या कसरीचा अंगीकार करून या कामासाठीं कोष्टकें २१ ते २३ रचिलीं आहेत.

(आकृति १५ वी;) यांत ABD हें गोलावरील विषुववृत्त उकलून सरळ रेषारूप करून दाखविलें आहे. AEBCD हें ही उकललेलें क्रांतिवृत्त आहे. A आणि B हे संपातबिंदु. या दोन वृत्तांच्या पातळ्यांमध्यें २३° २७′ येवढा कोन आहे. r हें निरयन रेवतीस्थान आहे. म्हणून Ar हें अयनांश.

P हा कक्षावृत्तावरील ग्रह आहे. P पासून क्रांतिवृत्त व विषुववृत्त यांजवर अनुक्रमें PQ आणि PS हे कंसाकार लंब टाकले आहेत. म्हणून AEQ आणि PQ हे त्या ग्रहाचे अनुक्रमें सायनभोग व शर झाले. त्यांचीं मानें भूमध्यगणितानें आणिल्यावर त्यांच्या साधनानें AS आणि PS म्हणजे अनुक्रमें त्यांचे विषुवांश आणि क्रांति यांचीं मानें आणलीं पाहिजेत.

ASO आणि PQO हे दोन काटकोन गोलीय त्रिकोण आहेत. यांपैकीं पहिल्या त्रिकोणाचे दोन कोन OAS व ASO हे स्थिर आहेत. पण AO बाजू चल आहे म्हणजे P ग्रहाच्या गत्यनुसार बदलणारी आहे. म्हणून O बिंदु A संपातापासून दर तीन तीन अंशांवर आहे असें कल्पून गोलीय त्रिकोणमितीनें त्याचे विषुवांश व क्रांति काढून कोष्टक २२ वें व २३ वें हीं तयार केलीं आहेत.

PQO हा गोलीय त्रिकोण ग्रहगणितांत बराच लहान असतो. PQ शर बहुशः ५° पेक्षां फारसा मोठा असत नाहीं. म्हणून POQ हा सरळरेषात्रिकोण मानिला तर एक कलेपेक्षां जास्त तफावत येत नाहीं. म्हणून गणित निर्वाहासाठीं तसें मानिलें आहे. PQO हा काटकोन आहे. OPQ कोनास अयनवलन म्हणतात. PQ शर त्या त्रिकोणाची एक बाजू आहे. म्हणून PQO या सरळरेषात्रिकोणांत एक बाजू आणि ३ कोन दिले आहेत. त्यांवरून त्याचे राहिलेले अवयव काढणें येवढाच प्रश्न आहे.

PQO त्रिकोणांत PO, OQ आणि QP या बाजू अनुक्रमें कर्ण, भुज आणि

कोटी आहेत. म्हणून PQ बाजूला OPQ कोनाच्या स्पर्शरेषेनें (म्हणजे येथें भुजगुणकानें) गुणिलें म्हणजे PO बाजू निघते आणि छेदनरेषेनें (कर्णगुणकानें) गुणिलें म्हणजे QO बाजू निघते.

मग AEQ या ग्रहाच्या सायनभोगांत QO कंस मिळवून येणाऱ्या AEO कंस उपकरणानें २२ व्या कोष्टकांतून AS हा विषुवभोग (विषुवांश) निघतो. आणि याच उपकरणानें २३ व्या कोष्टकांतून OS क्रांति आणून तिजमध्यें PO ही बाजू मिळविली म्हणजे PS ही क्रांति येते.

चंद्रगणित.

ग्रहगणिताची जी उपपत्ति मागें सांगितली तीच पुष्कळ अंशीं चंद्रगणितासही लागू पडते. भेद इतकाच कीं, ग्रह सूर्याभोंवतीं फिरतात म्हणून प्रथम त्यांचीं रविमध्यस्थानें आणून नंतर त्यापासून त्यांचीं भूमध्यस्थानें आणावीं लागतात. पण चंद्र मूलतः पृथ्वीभोंवतींच फिरत असतो म्हणून त्याला मंदफल आणि आकर्षणसंस्कार देतांच त्याचें भूमध्यदृश्यस्थान निघतें. हीच गोष्ट सूर्यासही लागू आहे. पृथ्वी सूर्याभोंवतीं फिरते. म्हणून सूर्य तिच्यासमोर १८०° वर आम्हांस नेहमीं दिसत असतो. म्हणून पृथ्वीचा मंदफलसंस्कार पृथ्वीला न देतां तिच्या समोर असणाऱ्या सूर्यास दिला म्हणजे भूमध्यदृश्य सूर्याचा भोग येतो. पहिल्या कोष्टकांत जो सूर्याचा क्षेपक ३४९·०८७ आहे तो खरें पाहिलें असतां पृथ्वीच्या १६९·०८७ या क्षेपकांत १८०° मिळवून सिद्ध केला आहे.

चंद्राचे निरनिराळे आकर्षणाचे प्रकार कसे उत्पन्न होतात त्याची उपपत्ति परमाणगणित व पिंडगणित यांच्या साहाय्याशिवाय देतां येत नाहीं. आणि हा विषय परम गहन असल्यामुळें त्याचें दिग्दर्शन देखील येथें करणें शक्य नाहीं. या विषयावर चांद्री गत्युपपत्ति (The Lunar Theory) नांवाचा निराळा ग्रंथ लिहिण्याचा आमचा इरादा आहे पण त्याला ग्राहक मिळण्याची आशा कमी.

जेव्हां संस्कारांची संख्या मोठी असते तेव्हां गणित करितेवेळीं धनर्णत्वासंबंधीं चुका होण्याचा संभव जास्त असतो. या आपत्तीच्या निरासासाठीं संस्कार-कोष्टकें दुप्पट वाढवून सर्व संस्कार नेहमीं धन होतील अशी व्यवस्था केली आहे. संस्कार धन होण्यासाठीं पहिल्या पांच संस्कारांत पुढें लिहिलेले पांच स्थिरांक (Constants) अनुक्रमें मिळविले आहेत. ०°·२५; ०°·८०; १°·३०; ६°·५०; ०°·१५. यांपैकीं पहिले तीन संस्कार चौथ्या उपकरणास देण्याचे असतात. म्हणून यांची बेरीज २°·३५ चौथ्या निज उपकरणांतून २०७°·९१ वजा करून राहिलेली बाकी २०५°·५६ मात्र १७ व्या कोष्टकाच्या क्षेपकांत दाखल केली आहे. त्याचप्रमाणें हे पांचही संस्कार मध्यमचंद्रास देण्याचे असतात

म्हणून या सर्वांची बेरीज ९°·०० ही निजमध्यमचंद्रांतून ३५५°·२९७ वजा करून बाकी ३४६°·२९७ क्षेपकांत दाखविली आहे.

पुढील सहा संस्काराचे स्थिरांक अनुक्रमें ३′·०, ३′·५, २′·०, १′·५, १′·५, १′·५, आहेत. हे संस्कार देण्याचें काम गणितकाराच्या मर्जीवर ठेविलें आहे. म्हणून हे संस्कार धन होण्यासाठीं मिळविलेल्या १३ कला शेवटीं वजा कराव्या असें सांगितलें आहे.

गतिफलें–आजच्या व उद्यांच्या संस्कारांत जें अंतर तेंच त्या संस्काराचें गतिफल. याप्रमाणें विचार केला तर जितके संस्कार तितकीं गतिफलें असलीं पाहिजेत. पण लहान संस्कारांचीं अंतरें फारच लहान असतात म्हणून तीं सोडून देऊन फक्त तीन मोठ्या संस्कारांचीं गतिफलें आम्हीं जमेस धरिलीं आहेत. त्यांचे स्थिरांक अनुक्रमें १००′, १००′, आणि ५९०′·६ असे आहेत. गतिफलाचा संस्कार चंद्राच्या मध्यमगतिला करावयाचा असतो. हे श्रम वांचविण्यासाठीं गतिफलाच्या स्थिरांकाची बेरीज चंद्रमध्यमगतिसमान केली आहे.

उदाहरणार्थ ४ थें उपकरण जें चंद्रमदकेंद्र तें १२ अंश आहे असें मानून त्याचें गतिफल काढून दाखवितों. या उपकरणाची दिनगति १३°·१ आहे (को. १७ वें पहा.)

कोष्टक १८ उप १२°... मंदफल ७°·९० =	४७४′·०
,, उप (१२°+१३°·१) मंदफल ९·३३ =	५५९·८
अंतर	८५·८
स्थिरांक	५९०·६
गतिफल	६७६·४

चंद्राचा मंदकर्ण–चंद्रेतर ग्रहांस मंदफल संस्कार दिले म्हणजे ते रविमध्य होतात. म्हणून त्यांस भूमध्य करण्यासाठीं त्यांच्या मंदकर्णांची जरूरी लागते. पण चंद्र हा स्वतः भूमध्याभोंवतीं फिरणारा असल्यामुळें त्याच्या मंदफलावरूनच कार्य सिद्धि होते. त्याच्या मंदकर्णाची आवश्यकता रहात नाहीं. तथापि वाचकांच्या माहितीसाठीं लंबनानुसारीं त्यांचीं मानें खालीं दिलीं आहेत. तीं पृथ्वीची निरक्षत्रिज्या एक कल्पून दिलीं आहेत. (Annuaire pour L'an 1911).

लंबन.	मंदकर्ण.	लंबन.	मंदकर्ण.	लंबन.	मंदकर्ण.
५२′	६६.११३	५५′	६२·५०७	५८′	५९·२७४
५३	६४·८६५	५६	६१·३९१	५९	५८·२७०
५४	६३·६६५	५७	६०·३१४	६०	५७·२९९
५५	६२·५०७	५८	५९·२७४	६१	५६·३६०

चंद्रबिंब—बिंब, दिनगति, आणि परमलंबन हे तीनही राशि (Quantities) चंद्रमंदकर्णाचे परिपाक (Functions) आहेत. अर्थात् हे परस्परांचे परिपाकही असले पाहिजेत. म्हणून मंदकर्णाच्या साहाय्याशिवाय केवळ दिनगतीपासून चंद्राचें बिंब आणि परमलंबन यांच्या किंमती ठरविणें शक्य आहे. जसेंः—

केप्लरच्या दुसऱ्या नियमानुसारें चंद्राचा मंदकर्ण पृथ्वीमध्याभोंवतीं नित्य सारखीं क्षेत्रें चालतो. म्हणजे त्याचें नित्य चालून जाण्याचें क्षेत्र अविकारी असतें. या क्षेत्राचा आकार सेक्टरासारखा असला पाहिजे हें उघड आहे.

असें समजा कीं—

a = सेक्टराचें द्विगुणक्षेत्र $\qquad d$ = चंद्रबिंब

r = सेक्टराची एक बाजू $\qquad e$ = सेक्टराचा कंस

v = शिरकोन = दिनगतिचापीयमान.

तर $e = rv$; आणि $a = er = vr^2$;

$$\therefore \quad v = \frac{a}{r^2}; \text{ आणि } \sqrt{v} = \sqrt{a} \times \frac{1}{r}$$

बिंब आणि अंतर यांचें व्यस्तप्रमाण असतें. म्हणून यांचा गुणाकार अविकारी असतो. तो b आहे असें समज. तर,

$$b = rd \text{ ; म्हणून } r = \frac{b}{d}; \text{ आणि } \frac{1}{r} = \frac{d}{b};$$

ही किंमत वरील समीकरणांत मांडली तर

$$\sqrt{v} = \sqrt{a} \times \frac{d}{b}; \text{ म्हणून } d = \sqrt{v} \times \frac{b}{\sqrt{a}}$$

यावरून चंद्राचें बिंब हें दिनगतीच्या वर्गमूळाच्या कांहीं एका अविकारी पटीं-बरोबर असतें असें सिद्ध झालें. वरील समीकरणांत d आणि v यांचीं वेधसिद्ध मध्यम मानें मांडून समीकरण सोडविलें तर या अविकारी पटीची किंमत येईल.

$$\therefore 31'{\cdot}1 = \sqrt{790'{\cdot}6} \times \frac{b}{\sqrt{a}}$$

$$\therefore \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{31'{\cdot}1}{28'{\cdot}1} = \frac{10}{9}; \text{ म्हणून } d = \sqrt{v} \times \frac{10}{9}$$

याप्रमाणें आमच्या केतकीग्रंथांतील चंद्रबिंब आणण्याचें सूत्र ‘ **विधोः स्पष्ट भुक्तेः पदं स्वग्रहांशान्वितं चंद्रबिंबम्** ’ याची उपपत्ति झाली. अर्थात् ‘ **विधोर्भुक्तिर्वेदाग्नि (७५) भिरपहृतं बिंबमुदितम्** ’ ही केवळ दिनगतीच्या